RENDICONTI

DELLE SEDUTE

DELLA REALE ACCADEMIA DEI LINCEI

Classe di scienze fisiche, matematiche e naturali.

MEMORIE E NOTE

DI SOCI O PRESENTATE DA SOCI

Comunicazioni pervenute all'Accademia sino al 18 *settembre* 1910.

Matematica. — *Sulla caratteristica del risultante di Sylvester.* Nota del dott. L. Orlando, presentata dal Corrispondente A. Di Legge.

Siano

$$f(x) = a_0 x^m + a_1 x^{m-1} + \cdots + a_{m-1} x + a_m \tag{1}$$

$$F(x) = b_0 x^n + b_1 x^{n-1} + \cdots + a_{n-1} x + b_n \tag{2}$$

due polinomî in x, dei rispettivi gradi m, n, e ne sia

$$S = \begin{vmatrix} a_0 & 0 & \ldots 0 & b_0 & \ldots 0 \\ a_1 & a_0 & \ldots 0 & b_1 & \ldots 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_m & a_{m-1} & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & a_m & 0 & \ldots b_n \end{vmatrix} \tag{3}$$

il risultante di Sylvester, d'ordine $m+n$. Esso è scritto in modo un po' differente dal solito: le linee sono qui colonne, e le colonne sono linee; tale scambio semplificherà alcune considerazioni:

Se

$$M(x) = c_0 x^r + c_1 x^{r-1} + \cdots + c_{r-1} x + c_r \tag{4}$$

è il massimo comune divisore, di grado r, fra $f(x)$ ed $F(x)$, allora sarà $m+n-r$ la caratteristica del determinante S.

Questo teorema non è nuovo; noi qui vogliamo soltanto darne una facile dimostrazione.

Consideriamo i due polinomî *primi fra di loro*

$$(5) \qquad \varphi = f:M = p_0 x^{m-r} + p_1 x^{m-r-1} + \cdots + p_{m-r-1} x + p_{m-r}$$

$$(6) \qquad \Phi = F:M = q_0 x^{n-r} + q_1 x^{n-r-1} + \cdots + q_{n-r-1} x + q_{n-r},$$

ed il loro risultante di Sylvester

$$(7) \qquad \sigma = \begin{vmatrix} p_0 & 0 & \ldots 0 & q_0 \ldots 0 \\ p_1 & p_0 & \ldots 0 & q_1 \ldots 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ p_{m-r} & p_{m-r-1} & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & p_{m-r} & 0 \ldots q_{n-r} \end{vmatrix},$$

d'ordine $m+n-2r$. Esso è diverso evidentemente da zero.

Fra i coefficienti dei polinomî f, F, M, φ, Φ valgono le relazioni

$$(8) \qquad a_\nu = p_0 c_\nu + p_1 c_{\nu-1} + \cdots + p_{\nu-1} c_1 + p_\nu c_0$$

$$(9) \qquad b_\nu = q_0 c_\nu + q_1 c_{\nu-1} + \cdots + q_{\nu-1} c_1 + q_\nu c_0,$$

lineari nelle p e nelle q.

Ora consideriamo le $m+n-r$ forme lineari delle $m+n$ variabili $z_1, z_2, \ldots, z_{m+n}$

$$(10) \quad \begin{cases} \psi_1 = p_0 z_1 + q_0 z_{n+1} \\ \psi_2 = p_1 z_1 + p_0 z_2 + q_1 z_{n+1} + q_0 z_{n+2} \\ \cdots\cdots\cdots\

Se in tale matrice del sistema (10) consideriamo il determinante di ordine $m+n-r$, ottenuto sopprimendo le colonne di posti $n+1, n+2, \ldots, n+r$, noi troviamo che esso vale $p_0^{\nu}\sigma$, numero diverso da zero; dunque le $m+n-r$ forme (10) sono linearmente indipendenti.

Dopo ciò, riesce molto facile la dimostrazione del teorema che abbiamo enunciato.

Le relazioni (8) e (9) mostrano che, moltiplicando la prima delle forme (10) per c_ν, la seconda per $c_{\nu-1}, \ldots$, la ν^{ma} per c_0, e sommando, si ottiene la forma

$$(11) \qquad \Psi_\nu = a_\nu z_1 + a_{\nu-1} z_2 + \cdots + b_\nu z_{n+1} + \cdots + b_{\nu-m} z_{m+n}.$$

Essa ha per coefficienti gli elementi della ν^{ma} linea del determinante S; ma il numero ν è un arbitrario numero della serie $0, 1, 2, \ldots, m+n$; dunque resta provato che il sistema di equazioni lineari rappresentato genericamente da (11) si ottiene combinando linearmente le $m+n-r$ forme lineari (10), le quali sono linearmente indipendenti. Ma S è proprio il determinante del sistema rappresentato da (11); tale determinante ha dunque la caratteristica $m+n-r$.

Matematica. — *Sopra un'equazione integrale di prima specie a limiti variabili considerata da Volterra.* Nota di Mauro Picone, presentata dal Socio L. Bianchi.

1. Il prof. Volterra nella sua classica Memoria *Sopra alcune questioni di inversione di integrali definiti* [1] studia l'equazione integrale di prima specie a limiti variabili

$$(1) \qquad \int_{p\alpha}^{q\alpha} \mathrm{K}(x, \xi)\, y(\xi)\, d\xi = f(x) - f(0),$$

nella funzione incognita $y(x)$, dove $\mathrm{K}(x, \xi)$ e $f(x)$ sono funzioni finite e continue assegnate rispettivamente nel quadrato Q di centro nell'origine e di lato $2a$ e nel tratto $(-a, a)$ e dove p e q sono costanti di valori assoluti diseguali pur esse assegnate. Senza alterare la generalità si può supporre

$$\left|\frac{p}{q}\right| < 1$$

[1] Annali di Matematica, serie II, t. XXV, 1897.

e col cambiamento di variabile $qx = z$ prendere la (1) nella forma

$$\int_{\frac{p}{q}z}^{z} K\left(\frac{z}{q}, \xi\right) y(\xi)\, d\xi = f\left(\frac{z}{q}\right) - f(0).$$

Ci si può dunque limitare, come osserva il Volterra, a studiare l'equazione

$$\int_{\alpha x}^{x} K(x, \xi)\, y(\xi)\, d\xi = f(x) - f(0), \tag{2}$$

dove per la costante α si verifica la diseguaglianza

$$|\alpha| < 1.$$

Il Volterra riesce, sotto certe ipotesi, ai teoremi d'esistenza e di unicità relativi alla soluzione dell'equazione (2), seguendo due vie diverse secondochè è $\alpha > 0$ o $\alpha < 0$. Egli ricorre ad una formola del calcolo delle differenze finite.

Nella presente Nota diamo i teoremi d'esistenza e d'unicità per la soluzione della (1) sotto le stesse ipotesi del Volterra, ma per via molto più semplice e più diretta, mediante la quale non saremo costretti a distinguere i due casi $\alpha > 0$ e $\alpha < 0$. Noi procediamo esclusivamente per approssimazioni successive convenientemente dirette.

2. Nella trattazione dei problemi dei valori al contorno per le equazioni lineari iperboliche alle derivate parziali del 2° ordine, in due variabili indipendenti, si perviene a tradurne i teoremi d'esistenza e d'unicità in quelli per le soluzioni di equazioni integrali del seguente tipo

$$\int_{l(x)}^{x} K(x, \xi)\, y(\xi)\, d\xi = f(x) - f(0), \tag{3}$$

dove $l(x)$ è funzione definita in $(-a, a)$ ivi finita e continua, nulla nell'origine. Ciò è mostrato in un nostro lavoro presentemente in corso di stampa nei Rendiconti del Circolo matematico di Palermo (1), nel qual lavoro riusciamo, sotto certe ipotesi il cui numero sarà notevolmente diminuito in una Memoria che contiamo di redigere prossimamente, ai teoremi d'esistenza e d'unicità per la soluzione dell'equazione integrale (3). Il metodo seguìto in detto lavoro per la risoluzione della (3) presenta profonde analogie con quello che seguiamo qui per la soluzione della (2), ma le ipotesi relative alla $K(x, \xi)$, sotto cui è valido l'ultimo metodo, sono meno restrittive di quelle sotto cui è valido il primo; ciò dipende dalla particolare forma αx della funzione $l(x)$.

(1) In questo lavoro perveniamo ai teoremi d'esistenza e d'unicità per le soluzioni di un'equazione iperbolica alle derivate parziali del 2° ordine, assoggettate a prendere valori assegnati lungo due curve, togliendo per queste la condizione della monotonia.

3. Noi vogliamo dimostrare il *teorema di Volterra*:

Se le funzioni $K(x,\xi)$, $\frac{\partial K}{\partial x}$, $f(x)$, $\frac{df}{dx}$ *sono, nei rispettivi campi d'esistenza, finite e continue e se* $K(x,x)$ *si mantiene diversa da zero in tutto il tratto* $(-a,a)$, *esiste una ed una sola soluzione dell'equazione integrale* (2), *finita e continua in* $(-a,a)$ [1].

Per dimostrare il teorema osserviamo anzitutto col Volterra che l'equazione (2) è equivalente a quella che se ne trae eguagliando le derivate d'ambo i membri, poichè ci limitiamo alla ricerca delle soluzioni della (2) finite e continue in $(-a,a)$. La (2) è cioè equivalente alla

$$y(x)\,K(x,x) - \alpha K(x,\alpha x)\,y(\alpha x) + \int_{\alpha x}^{x} \frac{\partial K}{\partial x}\,y(\xi)\,d\xi = \frac{df}{dx},$$

la quale, ponendo

$$\frac{K(x,\alpha x)}{K(x,x)} = \lambda(x) \quad , \quad -\frac{1}{K(x,x)}\frac{\partial K}{\partial x} = H(x,\xi) \quad , \quad \frac{1}{K(x,x)}\frac{df}{dx} = \varphi(x),$$

può scriversi

$$y(x) = \varphi(x) + \alpha\lambda(x)\,y(\alpha x) + \int_{\alpha x}^{x} H(x,\xi)\,y(\xi)\,d\xi. \tag{4}$$

Le funzioni $\varphi(x)$, $\lambda(x)$, $H(x,\xi)$ sono finite e continue nei rispettivi campi d'esistenza e si ha

$$\lambda(0) = 1. \tag{5}$$

Definiamo la successione di funzioni $y_0(x), y_1(x), \ldots, y_n(x), \ldots$ ponendo

$$y_0(x) = \varphi(x),$$

$$y_{n+1}(x) = \varphi(x) + \alpha\lambda(x)\,y_n(\alpha x) + \int_{\alpha x}^{x} H(x,\xi)\,y_n(\xi)\,d\xi.$$

Se dimostriamo la uniforme convergenza in $(-a,a)$ della serie

$$y_0(x) + \{y_1(x) - y_0(x)\} + \cdots + \{y_{n+1}(x) - y_n(x)\} + \cdots \tag{6}$$

potremo affermare, com'è ben noto, l'esistenza e l'unicità di una soluzione dell'equazione (4), cioè della (2), soluzione rappresentata dalla somma della serie (6) o dal limite $\lim_{n=\infty} y_n(x)$.

Tutto dunque si riduce a dimostrare l'indicata convergenza della serie (6). Perciò, osserviamo dapprima che, per la (5), detto l_{k+1} il massimo in

[1] Veramente le $K(x,\xi)$ e $\frac{\partial K}{\partial x}$ potrebbero anche presentare delle particolari discontinuità e il teorema sussisterebbe ugualmente. Cfr. il notro citato lavoro.

$(-a, a)$ dei valori assoluti di $\lambda(\alpha^k x)$, si ha

$$\lim_{k=\infty} l_{k+1} = 1 . \tag{7}$$

Per procedere più speditamente nel maggiorare la serie (6), introduciamo la funzione $S(x, \xi)$ definita al modo seguente:

per ogni valore di $x \geq 0$ è $\begin{cases} S(x, \xi) = 0 & \text{per } -x \leq \xi < \alpha x \\ = H(x, \xi) & \text{per } \alpha x \leq \xi \leq x \end{cases}$;

per ogni valore di $x \leq 0$ è $\begin{cases} S(x, \xi) = 0 & \text{per } -x \geq \xi > \alpha x \\ = H(x, \xi) & \text{per } \alpha x \geq \xi \geq x \end{cases}$.

Dopo ciò si potrà porre:

$$y_{n+1}(x) = \varphi(x) + \alpha\lambda(x)\, y_n(\alpha x) + \int_{-x}^{x} S(x, \xi)\, y_n(\xi)\, d\xi .$$

Osserviamo l'eguaglianza

$$\begin{aligned} y_{n+2}(\alpha^k x) - y_{n+1}(\alpha^k x) = \alpha\lambda(\alpha^k x) \{ y_{n+1}(\alpha^{k+1} x) - y_n(\alpha^{k+1} x) \} + \\ + \alpha^k \int_{-x}^{x} S(\alpha^k x, \alpha^k \xi) \{ y_{n+1}(\alpha^k \xi) - y_n(\alpha^k \xi) \}\, d\xi , \\ (k, n = 0, 1, \ldots). \end{aligned} \tag{8}$$

Diciamo m_0 e m i massimi in $(-a, a)$ dei valori assoluti rispettivamente delle funzioni $y_0(x)$ e $y_1(x) - y_0(x)$ e diciamo M il massimo in Q dei valori assoluti di $S(x, \xi)$. Si ha, dalla (8) per $n = 0$,

$$|y_2(\alpha^k x) - y_1(\alpha^k x)| \leq |\alpha|\, l_{k+1}\, m + |\alpha|^k\, m\mathrm{M} \cdot 2x ,$$

per $x \geq 0$, e, per $x \leq 0$,

$$|y_2(\alpha^k x) - y_1(\alpha^k x)| \leq |\alpha|\, l_{k+1}\, m - |\alpha|^k\, m\mathrm{M} \cdot 2x ,$$

ne segue, posto

$$|\alpha| = \varrho$$

e tenendo conto della diseguaglianza $\varrho^k < 1$,

$$|y_2(\alpha^k x) - y_1(\alpha^k x)| < m(\varrho l_{k+1} + 2\mathrm{M}|x|) \qquad (k = 0, 1, \ldots).$$

Dalla stessa (8) per $n = 1$, si avrà dopo ciò, per $x \geq 0$,

$$|y_3(\alpha^k x) - y_2(\alpha^k x)| < \varrho l_{k+1} \cdot m(\varrho l_{k+2} + 2\mathrm{M}x) + \varrho^k \mathrm{M}m \int_{-x}^{0} (\varrho l_{k+1} - 2\mathrm{M}\xi)\, d\xi +$$

$$+ \varrho^k \mathrm{M}m \int_{0}^{x} (\varrho l_{k+1} + 2\mathrm{M}\xi)\, d\xi < m \left\{ \varrho^2 l_{k+1}\, l_{k+2} + 2\varrho l_{k+1} \cdot 2\mathrm{M}x + \frac{(2\mathrm{M}x)^2}{2!} \right\},$$

e, per $x \leq 0$,

$$|y_3(\alpha^k x) - y_2(\alpha^k x)| < \varrho l_{k+1} \cdot m(\varrho l_{k+2} - 2\mathrm{M}x) + \varrho^k \mathrm{M} m \int_x^0 (\varrho l_{k+1} - 2\mathrm{M}\xi)\, d\xi +$$

$$+ \varrho^k \mathrm{M} m \int_0^{-x} (\varrho l_{k+1} + 2\mathrm{M}\xi)\, d\xi < m \left\{ \varrho^2 l_{k+1} l_{k+2} - 2\varrho l_{k+1} \cdot 2\mathrm{M}x + \frac{(2\mathrm{M}x)^2}{2!} \right\};$$

ne segue

$$|y_3(\alpha^k x) - y_2(\alpha^k x)| < m \left\{ \varrho^2 l_{k+1} l_{k+2} + 2\varrho l_{k+1} \cdot 2\mathrm{M}|x| + \frac{(2\mathrm{M}|x|)^2}{2!} \right\}$$

$$(k = 0, 1, \ldots).$$

Dopo ciò potremo dimostrare subito, per induzione, la diseguaglianza

$$(9) \quad |y_{n+1}(\alpha^k x) - y_n(\alpha^k x)| < m \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} \varrho^{n-i} l_{k+1} l_{k+2} \ldots l_{k+n-i} \frac{(2\mathrm{M}|x|)^i}{i!},$$

per qualunque valore di n e di k. Difatti, supposta valida la (9) per qualunque valore di k, si ha, per $x \geq 0$,

$$|y_{n+2}(\alpha^k x) - y_{n+1}(\alpha^k x)| < \varrho l_{k+1} \cdot m \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} \varrho^{n-i} l_{k+2} \ldots l_{k+1+n-i} \frac{(2\mathrm{M}x)^i}{i!} +$$

$$+ \mathrm{M} m \int_{-x}^{x} \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} \varrho^{n-i} l_{k+1} \ldots l_{k+n-i} \frac{(2\mathrm{M})^i}{i!} |\xi|^i\, d\xi =$$

$$= m \left\{ \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} \varrho^{n+1-i} l_{k+1} \ldots l_{k+1+n-i} \frac{(2\mathrm{M}x)^i}{i!} + \right.$$

$$\left. + \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} \varrho^{n-i} l_{k+1} \ldots l_{k+n-i} \frac{(2\mathrm{M}x)^{i+1}}{(i+1)!} \right\} =$$

$$= m \sum_{i=0}^{n+1} \binom{n+1}{i} \varrho^{n+1-i} l_{k+1} \ldots l_{k+(n+1)-i} \frac{(2\mathrm{M}|x|)^i}{i!};$$

e alla stessa diseguaglianza si giungerà per $x \leq 0$.

Se la serie

$$(10) \qquad m_0 + m \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{i=0}^{n} \binom{n}{i} \varrho^{n-i} l_1 l_2 \ldots l_{n-i} \frac{(2\mathrm{M}x)^i}{i!}$$

è convergente in egual grado in $(0, a)$, la (6) lo sarà in $(-a, a)$. Per dimostrare la convergenza in egnal grado della (10), scriviamola al modo seguente:

$$m_0 + m \sum_{i=0}^{\infty} \frac{(2\mathrm{M}x)^i}{(i!)^2} \sum_{n=i}^{\infty} (n, i)\, \varrho^{n-i} l_1 l_2 \ldots l_{n-i},$$

dove abbiamo posto $n(n-1)\ldots(n-i+1) = (n, i)$. La serie di numeri positivi

$$(11) \qquad \sum_{n=i}^{\infty} (n, i)\, \varrho^{n-i} l_1 l_2 \ldots l_{n-i}$$

è convergente come si vede osservando che il rapporto di un termine al precedente è

$$l_{n+1-i}\,\frac{n+1}{n-i+1}\,\varrho\,,$$

quantità che, per la (7), ha per limite ϱ al tendere di n all'infinito. Per trovare un valore maggiore della somma della serie (11) diciamo s un numero intiero e positivo (certamente esistente per la (7)) tale che per $k \geq s+1$ sia

$$\varrho l_k < \varrho_1 < 1\,,$$

dove potrà sempre supporsi $\varrho_1 > \varrho$. Diciamo l un numero maggiore di 1 e di $l_1, l_2, \ldots l_s$, si avrà

$$\sum_{n=i}^{\infty}(n,i)\,\varrho^{n-i}\,l_1\,l_2 \ldots l_{n-i} =$$

$$= l^s\left\{\frac{(i,i)}{l^s} + \frac{(i+1,i)}{l^{s-1}}\,\varrho\,\frac{l_1}{l} + \cdots + (i+s,i)\,\varrho^s\,\frac{l_1}{l}\cdots\frac{l_s}{l} + \cdots + \right.$$

$$\left. + (i+s+k,i)\,\varrho^s\,\frac{l_1}{l}\cdots\frac{l_s}{l}\,(\varrho l_{s+1})\cdots(\varrho l_{s+k}) + \cdots\right\} <$$

$$< l^s\sum_{n=i}^{\infty}(n,i)\,\varrho_1^{n-i} = l^s\,\frac{i!}{(1-\varrho_1)^i}\,.$$

La serie (10) sarà pertanto, per ogni valore di x in $(0,a)$, minore di

$$m_0 + m l^s \sum_{i=0}^{\infty}\frac{1}{i!}\left(\frac{2\mathrm{M}x}{1-\varrho_1}\right)^i = m_0 + m l^s\, e^{\frac{2\mathrm{M}x}{1-\varrho_1}}\,,$$

e sarà quindi convergente in egual grado.

4. Risulta perciò dimostrato il teorema di Volterra. Osserviamo che il nostro metodo di risoluzione della (4), applicato nel caso particolare $\mathrm{H}(x,\xi) \equiv 0$, ci dà per la unica soluzione dell'equazione funzionale

$$y(x) - \alpha\lambda(x)\,y(\alpha x) = \varphi(x)$$

la nota espressione del calcolo delle differenze finite

$$y(x) = \varphi(x) + \alpha\lambda(x)\,\varphi(\alpha x) + \alpha^2\lambda(\alpha x)\,\lambda(x)\,\varphi(\alpha^2 x) + \cdots$$

5. Il teorema di Volterra testè dimostrato, come subito si rileva dal citato nostro lavoro, si traduce nel seguente per le equazioni lineari alle derivate parziali del 2° ordine del tipo iperbolico:

Per un punto O *del piano passino due segmenti di retta* $\mathrm{H_1\,H_2}$ *e* $\mathrm{K_1\,K_2}$ *tali che o il rettangolo formato dalle parallele all'asse x per* $\mathrm{H_1}$ *e* $\mathrm{H_2}$ *e dalle parallele all'asse y per* $\mathrm{K_1}$ *e* $\mathrm{K_2}$, *o quello formato dalle parallele all'asse x per* $\mathrm{K_1}$ *e* $\mathrm{K_2}$ *e dalle parallele all'asse y per* $\mathrm{H_1}$ *e*

H_2, *contenga intieramente nel suo interno i due segmenti, allora,* SE IL RAPPORTO ANARMONICO DEI RAGGI $H_1 H_2$ E $K_1 K_2$ RISPETTO AI DUE RAGGI PER O PARALLELI AGLI ASSI COORDINATI (*caratteristiche dell'equazione*) NON È NÈ 1 NÉ -1, *esiste nel rettangolo, ben determinato, contenente i due segmenti, una ed una sola soluzione dell'equazione*

$$(12) \qquad \frac{\partial^2 u}{\partial x\, \partial y} + a(x, y)\frac{\partial u}{\partial x} + b(x, y)\frac{\partial u}{\partial y} + c(x, y)\, u = f(x, y)$$

assoggettata a prendere su quei segmenti valori assegnati, coincidenti in O.

Un'equazione del tipo della (4) fu già studiata con tutt'altro metodo dal Picard (1). Tale studio gli permise di ritrovare il seguente risultato del Goursat: lungo i due segmenti $H_1 H_2$ e $K_1 K_2$, purchè non coincidano e *non separino le caratteristiche per* O, si possono dare i valori (coincidenti in O) di una soluzione u della (12), in seguito a che essa soluzione risulta determinata nel rettangolo contenente i due segmenti. Tale risultato è conseguito col nostro teorema, secondo il quale i due segmenti $H_1 H_2$ e $K_1 K_2$ possono anche separare le caratteristiche per O purchè essi non siano le diagonali del rettangolo in cui sono contenuti.

Matematica. — *Alcune osservazioni intorno alla teoria delle serie di Fourier-Hilbert-Schmidt.* Nota del prof. AMOROSO, presentata dal Corrispondente A. DI LEGGE.

SERIE ANALOGHE ALLE SERIE DI HILBERT-FOURIER.

1. Indichiamo con $\psi_1(x), \psi_2(x), \ldots$ un sistema di infinite funzioni reali della variabile reale x, finite e continue entro un intervallo assegnato a, b insieme alle loro derivate dei primi due ordini.

Supponiamo ancora

1°) che le derivate prime $\psi_1'(x), \psi_2'(x), \ldots$ costituiscono un sistema normale ortogonale nell'intervallo indicato

$$\int_a^b \psi_\mu'(x)\, \psi_\nu'(x)\, dx = 1\,, \quad \mu = \nu$$
$$= 0\,, \quad \mu \neq \nu\,;$$

2°) che le derivate seconde $\psi_1''(x), \psi_2''(x), \ldots$ costituiscano un sistema chiuso.

(1) Picard, *Sur une équation fonctionnelle se presentant dans la théorie de certaines équations aux dérivées partielles.* Comptes Rendus de l'Ac. des Sciences de Paris, vol. 144 (1907).

In tali ipotesi, lo Schmidt (1) ha dimostrato che una funzione reale arbitraria della x nell'intervallo a, b, può sempre essere rappresentata mediante una serie delle funzioni $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$, ... convergente assolutamente ed uniformemente nell'intervallo dato, più eventualmente un polinomio lineare in x. La formula dello Schmidt è la seguente:

$$(1)\quad g(x) = \frac{bg(a) - ag(b)}{b-a} + x\,\frac{g(b)-g(a)}{b-a} + \sum_{\nu=1}^{\infty} \psi_\nu(x) \int_a^b \psi'_\nu(y)\, g'(y)\, dy .$$

Questa formula esprime la funzione $g(x)$ per mezzo dei valori della derivata $g'(x)$ in tutto l'intervallo, e dei valori della $g(x)$ nel punto a e nel punto b. Ma la funzione $g(x)$ è completamente determinata, quando sono dati i valori della derivata $g'(x)$ in tutto l'intervallo, ed il valore della $g(x)$ in un solo punto, per es. in a; onde deve essere possibile, nel secondo membro della formula precedente, eliminare $g(b)$. Abbiamo infatti

$$g(b) = g(a) + \int_a^b g'(x)\, dx ,$$

e quindi, sostituendo, la formula di Schmidt si trasforma nella seguente:

$$(2)\quad g(x) = g(a) + \frac{x-a}{b-a}\int_a^b g'(x)\, dx + \sum_{\nu=1}^{\infty} \psi_\nu(x) \int_a^b g'(y)\, \psi'_\nu(y)\, dy .$$

2. La formula

$$(3)\quad g(x) = \varphi(x) - \sum_1^{\infty}{}_{\mu} \psi_\mu(x) \int_a^b \Delta(\psi_\mu(x))\ \Delta(\varphi(x))\, dx + \\ + \sum_1^{\infty} \psi_\mu(x) \int_a^b \Delta(\psi_\mu(x)\ \Delta(g(x))\, dx$$

$$(\Delta(\varphi) = \varphi^{(n)} + p_1 \varphi^{(n-1)} + \cdots + p_{n-1}\varphi' + p_n \varphi) ,$$

che abbiamo dimostrato in fine della nostra Nota: *Sulla sviluppabilità in serie*, ecc. (2), si può considerare come una generalizzazione della formula (2).

Ricordiamo le ipotesi in cui la (3) è valida.

1°) $g(x)$, $p_1(x)$, ... $p_n(x)$, $\varphi(x)$, $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$, ... sono funzioni analitiche della variabile complessa x, reali per x reale, monodrome e regolari senza eccezione entro un cerchio che ha centro nel punto $x = a$, e raggio maggiore di $b - a$;

2°) La $\varphi(x)$ e le sue prime $n-1$ derivate assumono per $x = a$ i valori della $g(x)$ e delle sue prime $n-1$ derivate; $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$, ... si

(1) Mat. Ann. 1907, *Entwicklung Willkürlicher Functionen*, etc., § 16.

(2) Rend. Accad. Lincei, 5 giugno 1910.

annullano per $x = a$ insieme alle loro prime $n - 1$ derivate, e sono linearmente indipendenti;

3°) $\Delta(\psi_1(x))$, $\Delta(\psi_2(x))$, ... sono funzioni normali ed ortogonali nell'intervallo $a\,b$, e costituiscono in quell'intervallo un sistema chiuso.

In particolare tra le funzioni $\varphi(x)$ che soddisfano alle condizioni indicate, possiamo considerare un polinomio di grado $n - 1$.

Poniamo $n = 1$, $\Delta(\varphi) = \varphi'$, $\varphi(x) = g(a)$, otteniamo in particolare una formula analoga alla (2)

$$(4) \qquad g(x) = g(a) + \sum_{1}^{\infty}{}_{\mu} \psi_\mu(x) \int_a^b \psi'_\mu(x)\, g'(x)\, dx ,$$

che è più semplice della (2) in quanto che in essa non comparisce il termine lineare in $x - a$. Ciò dipende dal fatto che le funzioni $\psi_1(x)$, $\psi_2(x)$, ... , che compariscono nella (2), si annullano, per ipotesi, per $x = a$ e per $x = b$: mentre quelle che compariscono nella (4), si annullano, per ipotesi, solo per $x = a$. In compenso, la (2) vale in ipotesi meno restrittive, in quanto che le funzioni che ivi compariscono sono funzioni reali, non soggette ad altra limitazione che a quella di esser funzioni finite e continue insieme con le loro derivate prime e seconde nell'intervallo $a\,b$; mentre per le funzioni che compariscono nella (4) si è supposto che siano funzioni della variabile complessa x, reali per x reale, monodrome e regolari senza eccezione entro tutto un cerchio, avente centro nel punto $x = a$, e raggio maggiore di $b - a$.

Poniamo successivamente

$$n = 2 \,,\ \Delta(\varphi) = \varphi'' \,,\ \varphi(x) = g(a) + (x - a)\, g'(a) \,,$$
$$n = 3 \,,\ \Delta(\varphi) = \varphi''' \,,\ \varphi(x) = g(a) + (x - a)\, g'(a) + \tfrac{1}{2}(x - a)^2\, g''(a) \,,$$
. . . . . .

otteniamo dalla (3) altrettante formule particolari

$$(5) \quad \begin{cases} g(x) = g(a) + (x - a)\, g'(a) + \sum_{1}^{\infty}{}_{\mu} \psi_\mu(x) \int_a^b \psi''_\mu(x)\, g''(x)\, dx \,. \\ g(x) = g(a) + (x - a)\, g'(a) + \dfrac{(x - a)^2}{2}\, g''(a) + \\ \qquad\qquad + \sum_{1}^{\infty}{}_{\mu} \psi_\mu(x) \int_a^b \psi'''_\mu(x)\, g'''(x)\, dx \,. \end{cases}$$

L'ordine n, la forma delle funzioni $p_1(x)$, $p_2(x)$, ... $p_n(x)$ che compariscono nella definizione del simbolo Δ, essendo arbitrarie, la $\varphi(x)$ essendo pure arbitraria, limitatamente alla condizione che nel punto $x = a$, assumano essa e le sue prime $n - 1$ derivate i valori $g(a)$, $g'(a)$, ... $g^{n-1}(a)$,

si vede che nella formula (3) *sono compresi infiniti sviluppi in serie di una funzione data* $g(x)$.

3. Date infinite funzioni $\psi_1(x), \psi_2(x), \ldots$ diremo che esse costituiscono un sistema *equinormale-ortogonale* entro un intervallo a, b, se è possibile determinare l'ordine n, e la forma delle funzioni $p_1(x), \ldots p_n(x)$, che compariscono nel simbolo Δ in modo che sia

$$\int_a^b \Delta(\psi_\mu(x))\,\Delta(\psi_\nu(x))\,dx = 1\,,\ \mu = \nu$$
$$= 0\,,\ \mu \neq \nu\,.$$

Se una funzione $g(x)$ derivabile n volte è sviluppabile in serie per le $\psi_1(x), \psi_2(x), \ldots$ convergente assolutamente ed uniformemente nell'intervallo a, b, essa e tutte quelle che si ottengono derivando termine a termine n volte,

$$(6) \qquad g(x) = \sum_1^\infty{}_\mu \, A_\mu \, \psi_\mu(x)\,,$$

i coefficienti A_μ si calcolano immediatamente mediante le formule

$$A_\mu = \int_a^b \Delta(g(x))\,\Delta(\psi_\mu(x))\,dx\,.$$

Una serie, come la (6) procedente per funzioni equinormali ortogonali, la diremo *serie analoga alle serie di Hilbert-Fourier.*

La serie (3) *e tutte quelle che si deducono da essa, sono serie analoghe alle serie di Hilbert-Fourier.*

La serie (1) *di Schmidt è una serie analoga alle serie di Hilbert-Fourier.*

Funzioni analoghe ai polinomi di Legendre.

4. Posto

$$(7) \qquad \Delta(y) = y^n + p_1 y^{n-1} + p_2 y^{n-2} + \cdots + p_{n-1} y' + p_n y\,,$$

consideriamo le equazioni differenziali

$$\Delta(\theta) = X_0\,,\ \Delta(\theta) = X_1\,,\ \ldots\ \Delta(\theta) = X_m\,,\ \ldots$$

$X_0, X_1, X_m, \ldots$ essendo i polinomi di Legendre, e diciamo $\theta_0, \theta_1, \ldots \theta_m, \ldots$ gl'integrali di quelle equazioni differenziali che per $x = -1$ si annullano essi e le loro prime $n-1$ derivate.

Le funzioni $X_0, X_1, \ldots X_m, \ldots$ costituendo un sistema *chiuso* di funzioni *normali ortogonali*, possiamo nella formola (3) al posto delle $\psi_0, \psi_1, \ldots \psi_{m'}, \ldots$ sostituire le $\theta_0, \theta_1, \ldots \theta_m, \ldots$, dopo aver preso $a = -1$, $b = 1$. Assunto

come funzione $\varphi(x)$ un polinomio di grado $n-1$, tenendo conto dell'arbitrarietà del simbolo Δ, raccogliamo il seguente risultato:

Una funzione arbitraria della variabile complessa x, reale per x reale, regolare senza eccezione entro un cerchio che ha centro nel punto $x=-1$ e raggio maggiore di 2, si può, nel tratto reale da -1 a $+1$, sviluppare in infiniti modi in una serie di funzioni analoghe ai polinomi di Legendre più eventualmente un polinomio in x di grado $n-1$.

Meccanica. — *Sopra un problema di Huygens.* Nota di Giovanni Vacca, presentata dal Corrispondente A. Garbasso.

Dati quanti si vogliano corpi elastici allineati, in linea retta, senza toccarsi: supponiamo che il primo urti il secondo con una velocità data; il secondo urti il terzo colla velocità acquistata nel primo urto, e così di seguito. Date le masse del primo e dell'ultimo, si domanda quali devono essere le masse dei corpi intermedî perchè l'ultimo acquisti la massima velocità possibile.

Huygens per il primo trovò che le masse dei corpi dati devono essere in progressione geometrica (*De motu corporum ex percussione*, prop. XIII; Opuscula postuma, Lugd. Batav., 1703, p. 397). Ma il suo ragionamento non era completo. Lagrange perciò, in una sua Memoria giovanile: *Recherches sur la méthode de maximis et minimis* (Misc. Taur., t. I, 1759; Oeuvres, t. I, Paris, 1867, pp. 15-18), ne diede una dimostrazione completa.

Egli ricorse perciò ad un criterio da lui scoperto, col quale data una funzione di più variabili, tale che tutte le sue derivate prime si annullino per un certo sistema di valori delle variabili, si può talvolta accertare, considerando certe diseguaglianze a cui soddisfano le derivate seconde, se per quel sistema di valori la funzione considerata sia massima o minima in un dato campo.

Ma la verificazione delle condizioni che affermano l'esistenza del massimo, è piuttosto complicata; tanto che con mezzi del tutto elementari ed altrettanto semplici, si può giungere ad una soluzione diretta e rigorosa del problema proposto.

Si sa dalla meccanica che se un corpo elastico di massa a, con una velocità data, che possiamo supporre eguale all'unità, urta un corpo di massa b, gli trasmette la velocità $\frac{2a}{a+b}=\frac{2}{1+\frac{a}{b}}$.

Se abbiamo ora $n+2$ corpi di masse $a_0=1, a_1, a_2, \ldots a_n, a_{n+1}=b$, la velocità trasmessa all'ultimo dal primo, che urta il secondo con velocità 1,

(che urta il terzo ecc.), sarà:

$$\frac{2^{n+1}}{(1+a_1)\left(1+\frac{a_2}{a_1}\right)\cdots\left(1+\frac{a_{n+1}}{a_n}\right)}.$$

Perchè questa quantità sia massima, occorre sia minimo il denominatore. Converrà, per rendere più simmetrici i calcoli, considerare invece delle incognite $a_1 \ldots a_n$, le $y_1 \ldots y_n$, definite così. Si ponga $x^{n+1} = b$, e poi

$$xy_1 = a_1\,,\ xy_2 = \frac{a_2}{a_1}\,,\ xy_3 = \frac{a_3}{a_2}\,,\ \ldots\ xy_n = \frac{a_n}{a_{n-1}}\,;$$

dalle quali si ricava:

$$a_1 = xy_1\,,\ a_2 = x^2y_1y_2\,,\ \ldots\ a_n = x^ny_1 \ldots y_n\,,\ a_{n+1} = x^{n+1}\,.$$

Si tratta allora di rendere minimo, per qualunque sistema di valori positivi delle $y_1 \ldots y_n$ (ovvero delle $a_1 \ldots a_n$) il prodotto

$$(1+xy_1)(1+xy_2)\ldots(1+xy_n)\left(1+\frac{x}{y_1 \ldots y_n}\right).$$

Si ordini il prodotto dei primi n fattori secondo le potenze di x. ponendo, come si usa,

$$c_1 = \Sigma y_1\,,\ c_2 = \Sigma y_1y_2\,,\ \ldots\ c_n = y_1 \ldots y_n\,.$$

Il prodotto indicato diventa:

$$(1+c_1x+c_2x^2+\cdots+c_nx^n)\left(1+\frac{x}{c_n}\right) =$$

$$= 1+\left(c_n+\frac{1}{c_n}\right)x+\left(c_2+\frac{c_1}{c_n}\right)x^2+\cdots+\left(c_n+\frac{c_{n-1}}{c_n}\right)x^n+x^{n+1}\,,$$

ora è facile vedere che, ad un tempo si ha:

$$c_1+\frac{1}{c_n}>\binom{n+1}{1}\,,\ \left(c_2+\frac{c_1}{c_n}\right)>\binom{n+1}{2}\,,\ \ldots\left(c_n+\frac{c_{n-1}}{c_n}\right)>\binom{n+1}{n}$$

a meno che non sia $y_1 = y_2 = \cdots = y_n = 1$, nel qual caso soltanto tutte queste diseguaglianze diventano altrettante eguaglianze.

Per persuadersene, si osservi che il prodotto degli $\binom{n}{r}$ termini di c_r, moltiplicato per il prodotto degli $\binom{n}{r-1}$ termini di $\frac{c_{r-1}}{c_n}$ è eguale alla unità; poichè nel primo prodotto ogni lettera, per es., y_1, entra alla potenza

$\binom{n-1}{r-1}$ e nel secondo prodotto, i cui termini sono del tipo $\frac{1}{a_1 \cdots a_{n-r+1}}$, entra alla potenza $-\binom{n-1}{n-r} = -\binom{n-1}{r-1}$.

Perciò essendo il prodotto degli $\binom{n}{r} + \binom{n}{r-1} = \binom{n+1}{r}$ termini che formano la somma $c_r + \frac{c_{r-1}}{c_n}$ costante (ed eguale all'unità), la somma dei termini stessi sarà minima allorchè tutti i termini sieno eguali tra loro, e perciò eguali all'unità. Di quì si conclude facilmente che

$$y_1 = y_2 = \cdots = y_n = 1 .$$

Perciò il prodotto indicato sarà sempre maggiore di $(1+x)^{n+1}$, a meno che non sia $y_1 = y_2 = \cdots = y_n = 1$. Nel qual caso si ha l'eguaglianza. Ma in tal caso,

$$a_1 = x , a_2 = x^2 , \ldots a_n = x^n , a_{n+1} = x^{n+1} ,$$

ossia gli $n+2$ corpi considerati hanno le loro masse in progressione geometrica, come si voleva dimostrare.

Coll'aumentare del numero dei corpi interposti, la velocità massima dell'ultimo aumenta e tende ad un limite che si può facilmente calcolare:

$$\lim_{n=\infty} \frac{2^n}{(1 + b^{\frac{1}{n}})^n} = b^{-\frac{1}{2}} .$$

Ma senza fare il calcolo, si può prevedere *a priori* (ricorrendo alla legge di conservazione dell'energia), che un corpo di massa 1, dotato di velocità 1, non può imprimere ad un corpo di massa b una velocità maggiore di $\frac{1}{\sqrt{b}}$. Se $b = 1$, non occorrono corpi intermedî; ma se b è diverso da 1, non si può riescire, per quanto grande sia il numero di corpi interposti, con urti successivi, a trasmettere al corpo di massa b, tutta l'energia del primo corpo, e coll'aumentare del numero dei corpi intermedî, se ne può trasmettere una parte tanto grande quanto si vuole.

Meccanica. — *Metodi proposti per la determinazione diretta della flessione del supporto dei pendoli gravimetrici.* Nota II di Giorgio Abetti e Corrado Cappello, presentata dal Socio E. Millosevich.

Come si è visto nella precedente Nota è consigliabile, nelle misure di gravità, di assicurarsi con un metodo diretto dell'ammontare della correzione σ da applicarsi alle durate di oscillazione dei pendoli per ridurle a supporto rigido. Un metodo usato con successo nel Giappone nelle misure di gravità assoluta (1), consiste nel fissare un filo sottilissimo al supporto, e far passare poi tal filo sulla gola di una carrucoletta di raggio piccolissimo. All'asse della carrucoletta viene fissato uno specchio che acquista, a causa dell'oscillazione del supporto, un moto oscillatorio che può venire osservato con apposita scala alla distanza di due o tre metri.

La determinazione degli spostamenti subìti dal supporto può essere fatta anche osservando lo spostamento delle frange di diffrazione con un interferometro. Stavamo già esperimentando un dispositivo fondato su questo principio quando il prof. G. Lorenzoni cortesemente ci avvertì che già il Defforges nelle sue misure di gravità (2) aveva usato un metodo analogo. La disposizione sperimentale adottata dal Defforges non è esposta che molto brevemente nel suo scritto, sembra però che egli voglia far uso di un dispositivo del tipo di quello che costituisce l'interferometro di Jamin. Data la mancanza di altri dettagli in riguardo, stimiamo opportuno dare un cenno del dispositivo col quale si potrebbe realizzare il metodo del Defforges e diremo poi di alcuni altri metodi, qualcuno dei quali, pur presentando le stesse garanzie di esattezza, sarebbe forse di più comoda attuazione.

Fissando ad una mensoletta M del supporto una (L) delle due lastre argentate che costituiscono l'interferometro di Jamin, mentre l'altra lastra, e il resto dell'apparecchio, siano fissati su di un sostegno isolato dal supporto del pendolo, si ha il modo di giudicare gli spostamenti del supporto dagli spostamenti delle frange d'interferenza.

Poichè per un valore di σ uguale a 60 unità della settima cifra decimale l'allungamento del pendolo, per le relazioni trovate nella Nota precedente (3), sarà di 6 micron, avremo per la relazione

$$x = \lambda\varphi$$
$$x = 6^{\mu} \cdot \varphi \cdot \sin\ 1'$$

(1) H. Nagaoka, S. Shinjō und R. Ōtani, *Absolute Messung der Schwerkraft in Kyōto, Kanazawa, Tōkyō etc. mit Reversionspendeln*, Imperial University, Tōkyō 1902.

(2) *Mémorial du Depôt général de la Guerre.* Tome XV. *Observations de pendule.* 1er fascicule, pag. 29. Paris 1894.

(3) Rendiconti, pag. 109.

se φ rappresenta l'amplitudine del pendolo espressa in primi. Supponendo di dare al pendolo una amplitudine di 15′, come si usa nelle misure di gravità, si avrà:

$$x = 6^{\mu} \cdot 15' \cdot \sin 1' = 0^{\mu},026$$

quindi la completa escursione dello specchietto attaccato al supporto sarà di $0^{\mu},052$ e la differenza di cammino percorso dai raggi che interferiscono sarà di $0^{\mu},104$.

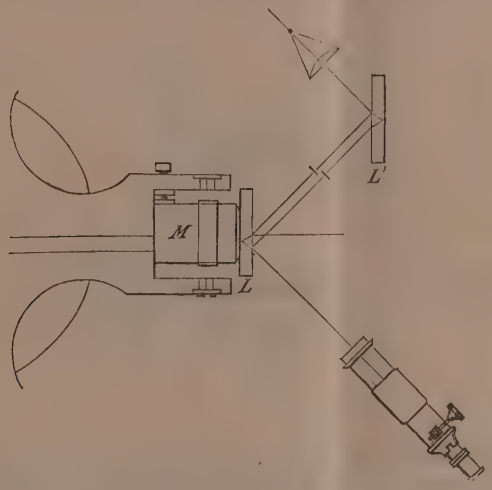


Fig. 1.

Adoperando la luce monocromatica del sodio per produrre le frange, lo spostamento di una intera frangia corrisponderà ad una variazione di $0^{\mu},59$ nella differenza di cammino dei due raggi, quindi nel caso supposto si dovrà osservare, usando l'interferometro di Jamin alla maniera di Defforges, uno spostamento di circa due decimi di frangia che sono perfettamente apprezzabili.

Si potrebbe anche usare un metodo che potesse, all'occorrenza, diventare amplificatore facendo che gli spostamenti del supporto fossero comunicati alle due laminette che costituiscono il *compensatore* di un interferometro di Jamin, mercè una leva a gomito G il cui braccio a può farsi di alluminio, a che sia leggiero, e sufficientemente lungo perchè si ottenga l'amplificazione voluta, se ne è il caso. Il perno p intorno a cui gira la leva G deve evidentemente essere isolato dal supporto del pendolo e gli estremi b, c dovranno essere impegnati in due fossetti praticati in pezzi di pietra dura. Una molla m debolissima terrà premuto il braccio corto della leva contro la mensoletta del supporto. Le due lastre argentate dell'apparecchio di Jamin

sono poi lontane dal pendolo, quanto si vuole, ma disposte in maniera che il piano passante per le loro due linee mediane verticali sia anche il piano mediano della mensoletta su cui si trova il pendolo che oscilla, e della mensoletta opposta. Questo dispositivo avrebbe il vantaggio su quello del Defforges, di non richiedere la benchè menoma alterazione dell'apparecchio pendolare non dovendosi fissare ad esso alcuna lamina. È appunto l'idea di non alterare per nulla l'apparecchio, che c'indusse a pensare ad un metodo col quale, senza fissare alcuna parte nuova all'apparecchio e senza influire meccanicamente,

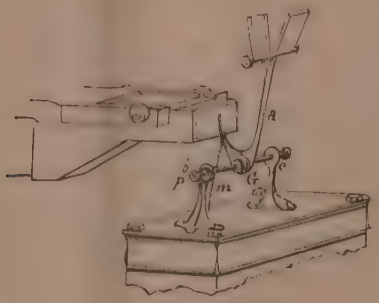


Fig. 2.

sia pure in modo debolissimo, come nel metodo a cui abbiamo accennato or ora, si potessero ottenere, a causa dell'oscillazione del supporto, degli spostamenti in un sistema di frange di interferenza. Pensammo perciò di utilizzare gli stessi specchietti metallici di cui è munita la parte superiore di ogni pendolo. Era evidente che il dispositivo da adottare dovesse essere quello dell'interferometro di Michelson (1).

Sia P′ il pendolo mosso opposto al pendolo motore P, che si fa oscillare per studiare la flessione del supporto. Si darà a P′ un'amplitudine piccolissima, ma sufficiente a spostarlo dalla verticale in modo che esso non possa acquistare moto oscillatorio proprio a causa di P, e si potrà anche legare con un filo di seta la massa pendolare di P′ alla leva che serve a dargli il moto iniziale con una determinata amplitudine. In tal modo il pendolo mosso forma un sistema unico col supporto nè potrà esercitare una controazione sul pendolo motore. Uno specchietto metallico S′ uguale a quello S del pendolo P′ è disposto in modo che OS = OS′, essendo d'altra parte L L′ le lamine che insieme ad S e S′ costituiscono l'interferometro di Michelson. Una luce monocromatica (per es. la luce di una lampada a

(1) A. A. Michelson, *Light waves and their uses*. Chicago, The University of Chicago Press, 1907, pag. 40 e segg.

sodio) parte da A e si separa nella faccia posteriore della lastra L′; una parte di essa viene riflessa allo specchio piano S′, ritornando esattamente per la stessa via attraverso L′ in C dove può essere esaminata con un cannocchiale, l'altra parte del raggio passa attraverso le lastre L′ ed L, è riflessa dallo specchio piano S e ritorna per la stessa strada fino al punto O dove è riflessa in C, così da coincidere quasi col primo raggio. La lastra L′ è posta per compensare la grossezza di vetro in più che la prima parte del raggio ha dovuto attraversare nel passare due volte attraverso L'.

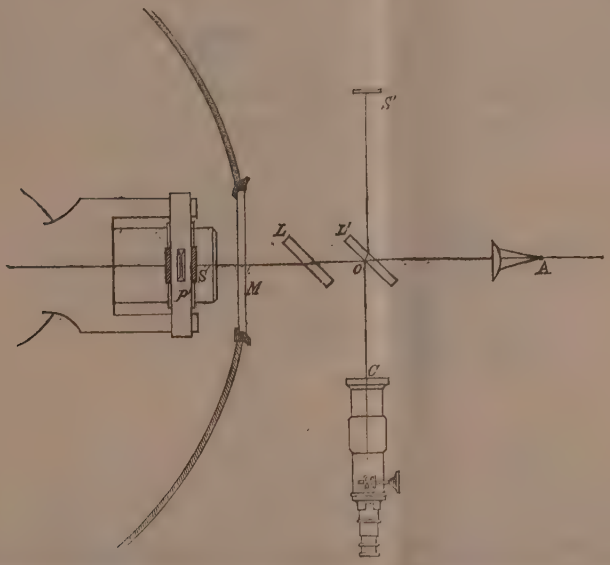


Fig. 3.

Una parte di luce viene naturalmente riflessa dalla superficie anteriore di L′, ma si può rendere insignificante questa riflessione coprendo la parte posteriore di L′ con uno strato d'argento sottilissimo per modo che la luce incidente venga riflessa e trasmessa in parti uguali. Funzionando la lamina L da compensatore soltanto, è chiaro che si potrà usare in sua vece la lamina di vetro M di cui è munita la campana di bronzo dell'apparecchio pendolare, avendo così anche il vantaggio di riparare i pendoli dalle correnti d'aria.

Nel caso del quadripendolo Sterneck-Stückrath, come è quello dell'Ufficio Centrale di Meteorologia, si potrebbe benissimo utilizzare la lamina in parola ruotando all'uopo la campana di bronzo che copre l'apparecchio durante le determinazioni gravimetriche ordinarie, in modo che, contrariamente alla sua posizione consueta, la lamina venga a trovarsi di fronte allo spec-

chietto S, che si utilizza per la determinazione dello spostamento del supporto. Se diciamo e, n rispettivamente lo spessore e l'indice di rifrazione della lamina L' per una determinata luce, e se l'angolo della L' coi raggi luminosi proveniente da A è di 45°, mentre poi sono e', n' rispettivamente lo spessore e l'indice di rifrazione della lamina M rispetto alla medesima luce; detta d la distanza (arbitraria) fra il punto O e lo specchio S', nella nuova disposizione in cui si utilizza la lamina M invece di L, a causa del diverso spessore e qualità del vetro di cui è fatta la lastra M, e a causa dell'essere essa normale ai raggi luminosi, la distanza O S non sarà uguale

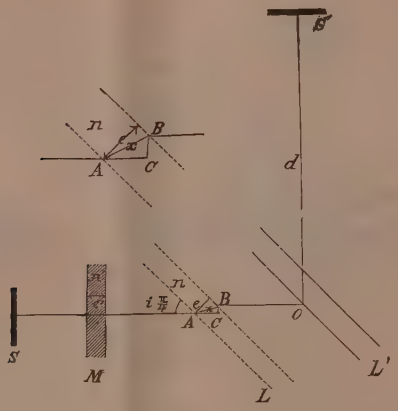


Fig. 4.

ad O S', ma è facile calcolarla e correggerla poi opportunemente colle viti di cui è fornito lo specchietto S'. Perchè con questa sostituzione possano vedersi le frange dovrà infatti sussistere la relazione:

$$OS' = OS - AC + AB \cdot n = x + e'\,n' - e'$$

dove è x la nuova distanza fra O ed S.

Essendo

$$AC = AB \cos\left(\frac{\pi}{4} - r\right) = \frac{e}{\cos r} \cos\left(\frac{\pi}{4} + r\right);$$

$$\frac{\operatorname{sen} i}{\operatorname{sen} r} = n \; ; \quad \cos r = \frac{\sqrt{2n^2 - 1}}{n\sqrt{2}}$$

sarà:

$$d + \frac{en\sqrt{2}}{\sqrt{2n^2 - 1}} \left(n - \frac{1 + \sqrt{2n^2 - 1}}{2n}\right) = x + e'\,(n' - 1)$$

e quindi la distanza OS, nel caso in cui si usi la lamina M invece di L diverrà:

$$d + \frac{e}{\sqrt{2}} (\sqrt{2n^2 - 1} - 1) - e' (n' - 1).$$

Un altro metodo che si potrebbe utilizzare, per la determinazione dello spostamento del supporto è il seguente: un filo di quarzo *f* venga legato alla mensoletta del quadripendolo opposta a quella su cui oscilla uno dei pendoli. L'estremo libero, A, del filo, è munito di una vite di tensione e di un sistema atto a produrre la torsione del filo stesso. Nella parte mediana del filo è saldato un piccolo tratto, F, di sottile filo di metallo al cui estremo libero si trova un piccolo peso P. Come si vede è qualche cosa di analogo alla bilancia a filo di quarzo ideata da R. Threlfall e J. A. Pol-

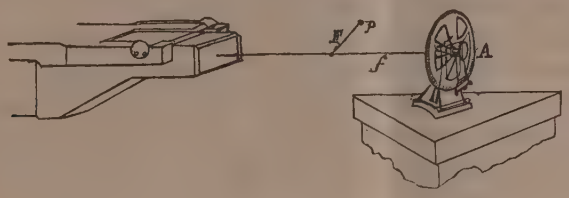


Fig. 5.

lock (1) per le determinazioni di gravità relativa, ma l'apparecchio viene qui utilizzato in modo diverso. Il pezzo A è indipendente dal supporto dell'apparecchio pendolare. Quando il supporto comincia ad oscillare, gli spostamenti si traducono in rotazioni compiute dall'indice F. Queste oscillazioni possono essere lette con un microscopio e si potrà, con uno studio preliminare, dedurre dall'ampiezza di queste oscillazioni (o dall'ampiezza massima che esse assumono) gli spostamenti subìti dal supporto a causa delle oscillazioni del pendolo. Il sistema unifilare potrebbe essere sostituito da quello bifilare regolando la distanza dei due fili, a seconda della sensibilità che si vuole raggiungere.

Infine si potrebbe anche rendere molto più sensibile il metodo, che abbiamo citato in principio del Nagaoka e dei suoi collaboratori, facendo in modo che l'oscillazione del supporto, piuttosto che far ruotare un solo specchietto ne faccia ruotare due, disposti alla maniera degli specchi di Fresnel, e regolando gli avvolgimenti del filo attorno agli assi di rotazione degli

(1) *On a Quartz Thread Gravity Balance.* Phil. Trans. Vol. 193, pag. 215. London 1900.

specchietti stessi in modo che essi fossero obbligati a ruotare in senso opposto. Si potranno allora osservare gli spostamenti delle frange d'interferenza a cui i due specchietti dànno luogo.

Volendo eseguire delle misure gravimetriche in territori vulcanici, ed in particolare attorno al Vesuvio, dove la struttura del suolo può variare notevolmente da un luogo all'altro, è necessario studiare prima accuratamente la flessione del supporto, che è variabile da stazione a stazione, mentre è presumibile che, data la breve distanza delle stazioni tra di loro ed il clima marittimo, si possa fare un ciclo di misure con una temperatura media quasi costante, riducendo così minima un'altra temibile causa di errore, che proviene dalla non perfetta conoscenza del coefficiente di temperatura dei pendoli. Scegliendo quello dei metodi proposti che corrisponde meglio alla pratica si potrà così controllare il metodo, più rapido e più comodo per le osservazioni di campagna, dei due pendoli oscillanti simultaneamente sullo stesso supporto e la formola teorica che dà la correzione σ per ogni supporto e per una determinata coppia di pendoli.

Osservazioni sistematiche, fatte con queste precauzioni, nelle regioni circumvesuviane avvicinandosi sempre più al cratere, con stazioni convenientemente distribuite, dovrebbero essere in grado di darci le anomalie della gravità, con precisione sufficiente, a gettar luce sulla costituzione interna del Vesuvio e di tutta quella plaga vulcanica.

Mineralogia. — *Solidi interni di scorrimento prodotti mediante percussione in cristalli di fosgenite di Monteponi* [1]. Nota dell'ing. dott. Michele Taricco, presentata dal Socio G. Struever.

Nell'esaminare le figure di percussione di varî minerali per presentarle nel corso di mineralogia agli allievi della Scuola Mineraria la mia attenzione fu attratta, in quelle che avevo ottenuto sopra i noti cristalli di fosgenite di Monteponi, da un fenomeno che ritengo nuovo, pur non avendo avuto la possibilità di fare verifiche all'uopo.

Percuotendo coll'ago a manico metallico usato in petrografia nella preparazione di lamine sottili un cristallo tabulare di fosgenite sulla faccia del pinacoide, oltre alle figure di percussione note in mineralogia, costituite da sistemi di fratture radiali, si formano sotto la punta urtante delle figure piramidali a base quadrata o rettangolare, sulle quali, in determinate condizioni di intensità, di urto e di spessore delle lamine percosse, facili del resto ad aversi, si formano nell'interno dei cristalli dei prismi retti che,

[1] Lavoro eseguito nella Scuola Mineraria d'Iglesias.

raggiunta la faccia opposta, terminano con altra figura di forma, dimensione ed orientazione perfettamente uguali a quelle della prima.

Mentre sulla faccia opposta a quella percossa la figura è assai ben visibile anche ad occhio nudo per la nettezza dei suoi contorni, dovuta ad un vero sollevamento della figura sulla faccia cristallina lucente, sulla faccia di percussione la figura, sebbene a contorni netti alla base, è meno chiara sia perchè è costituita da una tramoggia affondata rispetto al piano del pinacoide, sia perchè l'area corrispondente alla superficie urtante è poco limpida; infine il prismetto interno, che unisce le due figure, non è visibile che in determinate posizioni della lamina percossa, per le quali è prodotta una leggera riflessione della luce da parte delle facce laterali del prismetto stesso.

Coi pochi mezzi a mia disposizione ho tentato di sottoporre il fenomeno a qualche ricerca metodica; per regolare l'urto mi son servito di un sostegno per filtri a due braccia orizzontali di legno, mobili, con fori; il braccio inferiore serviva di guida alla parte superiore del manico dell'ago; il braccio superiore serviva per regolare e misurare l'altezza di caduta del corpo urtante. Posto il cristallo sulla suola del sostegno, appoggiato l'ago normalmente a $c = (001)$, lasciavo cadere sul porta-ago, del peso complessivo di gr. 18,61 un parallelepipedo di legno del peso di gr. 38,01 da altezze variabili. Gli spessori dei cristalli tabulari o delle lamine di sfaldatura e le altezze baricentriche di caduta furono misurati con un calibro di uso topografico a 1/10 di mm. Nel quadro seguente e in seguito dirò *raggiate* le figure di percussione costituite da sistemi di fratture radiali; dirò invece figure *solide* quelle a contorno geometrico; la distinzione è giustificata dall'indipendenza delle figure stesse, potendo le une presentarsi senza le altre; dirò *negative* le figure solide di affondamento e *positive* quelle di sollevamento e infine dirò figure *chiuse* le loro basi sulle facce cristalline o di sfaldatura e ciò per brevità di esposizione. Ciò posto ecco i risultati ottenuti nei primi esperimenti che potranno servire, se non altro, di guida per ottenere le prime figure; in seguito, per completare lo studio, ho prodotto a mano gli urti, ottenendo numerosi preparati, specialmente su lamine di uno o due mm. con una o due basi di sfaldatura (*c.* di sf.)

Numero d'ordine	Spessore in mm.	Caduta in mm.	Figure raggiate	Figure negative	Numero delle figure positive	Osservazioni
1	4,3	57,7	110 e 210	asportate	2 complete	Rottura superficiale
2	1,4	19,6	indistinte	indist.	1 »	Sup. urtata irregolare
3	7,3	43,7	—	—	—	Spaccatura totale
4	4,3	30	indist. 210	indist.	1 complete	Sup. urtata (c. di sf.)
5	2,2	7,3	100 e 110	netta	1 »	» » »
6	4,8	30	ind. 100 e 110	irreg.	3 »	Crist. alterato
7	3	10	210? e 100	in 2 nette	4 »	Scheggiam. superfice
8	3	26	100 e 110	1 poco visib.	2 »	Il 2° colpo dà una
9	4	15	100 110 e 210?	1 netta	2 »	scheggia superf.
10	3	15,7	100 confuse	confuse	2 »	Urto su (c. di sf.)
11	3,5	15,7	210? 110 310?	nettiss.	9 »	Base nell'interno
12	2,1	3,2	nessuna	nette	5 »	Urto su (c. di sf.)
13	1,3	3	»	»	4 »	» »
14	1	1	»	nettiss.	6 »	Lamina cristallina
15	1	1	rare	»	27 »	» »

Le figure raggiate sono costituite da raggi diretti secondo le diagonali e le mediane dei quadrati costituenti le basi delle figure solide e più spesso

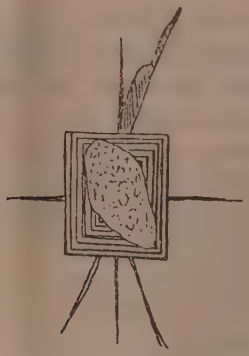


Fig. 1. — Figure raggiate e figura solida negativa. Ingrand. schematico di circa 50 diametri. La figura punteggiata interna è dovuta alla ammaccatura.

da raggi che fanno colle stesse mediane degli angoli di 18-20 gradi o di 25-27; e poichè tali mediane sono parallele a (110) come dirò in seguito, tali raggi sono verosimilmente paralleli a (210) e (310). Le tre specie di raggi si presentano promiscuamente nella stessa figura; spesso manca la simmetria quaternaria per l'assenza di qualche raggio. I raggi sono rettilinei e abbastanza regolari, o incurvati e ingrossati a penna d'oca; riman-

gono più o meno alla superficie e vanno diminuendo di lunghezza e di visibilità col diminuire dell'intensità dell'urto, finchè, per urti deboli, non appaiono più e si mostrano invece in tutta la loro nettezza le figure solide.

Queste sono costituite, come si è detto, da tronchi di piramide vuoti o negativi che s'internano nel cristallo; la base maggiore, giacente sulla superficie del cristallo cioè la figura chiusa negativa, ha contorni quadrati o rettangolari (fig. 1); i lati variano tra 0,2 e 0,5 mm.; in un preparato, di 8 mm. di spessore, colpito con asticella d'osso, le dimensioni arrivano a quasi 0,8 mm. Le forme rettangolari sono poco allungate; il rapporto minimo fra il lato minore e il lato maggiore arriva a 5/8; più spesso arriva a 6/8-7/8. La figura chiusa è seguita da un affondamento a tramoggia, costituito da numerosi gradini a pianta quadrata o rettangolare a perimetro decrescente; mentre la base maggiore ha contorni netti, l'interno della tramoggia è attraversato da una figura a contorni irregolari che occupa buona parte delle gradinate; essa è dovuta all'ammaccatura della punta dell'ago

Fig. 2. — Figura solida positiva. Ingrandim. schematico di circa 50 diam.

e quindi i gradini della tramoggia non compaiono che attorno ad essa; la figura positiva invece non risente affatto l'influenza dell'ammaccatura.

La figura solida negativa e la positiva sono unite da un prismetto ad asse verticale, visibile in buona parte dei preparati; per vederlo occorre osservare obliquamente l'interno del cristallo; una leggera riflessione della luce mette allora in evidenza soprattutto gli spigoli. Talvolta il prismetto è messo assai bene in evidenza da una figura solida interna che lo divide in due prismetti sovrapposti; il fatto si è ripetuto nel preparato n. 11 su tutte le nove figure ed è dovuto verosimilmente alla presenza di una faccia (001) di accrescimento, per quanto essa non appaia ben chiara al contorno fratturato della lamina.

Sulla superficie del cristallo opposta a quella percossa sorge il tronco di piramide positivo (fig. 2), costituito da un numero variabile di sottili gradini, che dànno l'impressione di esili lamelle a lati decrescenti sovrapposte; l'altezza di tale tronco varia da 4 a 56 micromm.; il numero dei gradini varia da 2 a 26 con una media altezza di 2 micromm. ciascuno. Il tronco di piramide spesso non ha le superficie laterali, o per meglio dire le gradinate, ugualmente inclinate e quindi l'incontro delle diagonali di ciascuna areola di livello non avviene, nei tronchi a base quadrata, sulla stessa verticale; l'irregolarità si ripete esattamente sulla figura negativa;

essa dipende verosimilmente dalle leggere deviazioni dalla verticalità dell'urto; in conclusione si può dire che le figure positiva e negativa dello stesso urto sono perfettamente uguali di forma e di dimensioni, fatta astrazione dell'ammaccatura dovuta alla punta urtante. Le dimensioni delle figure solide sono proporzionali a quelle della punta urtante.

I lati delle figure chiuse, come quelli di ogni sezione delle figure solide con un piano parallelo a c, sono orientati secondo $m = (110)$. Secondo questo prisma la fosgenite avrebbe una sfaldabilità distinta secondo il Dana, perfetta secondo il Klockmann; nella fosgenite di Monteponi invece essa non dà mai delle superficie piane, e, dato il fenomeno di scorrimento in parola, va forse più propriamente considerata come l'insieme di quattro faccie

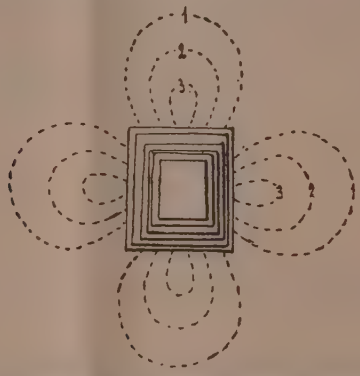


Fig. 3. — Figura solida positiva. Le curve punteggiate rappresentano schematicamente le areole illuminate a nicols incrociati. L'areola 3 corrisponde alla illuminazione massima.

di scorrimento. Non avendo potuto eseguire esperienze su fosgeniti di altre località, non posso però generalizzare l'interpretazione. Una sfaldabilità quasi perfetta esiste secondo (100); essa è messa bene in evidenza mediante rapido raffreddamento in acqua di cristalli moderatamente riscaldati. La sfaldatura più completa, del tutto perfetta, è quella secondo (001), per cui non è difficile ottenere delle lamine dello spessore di 1 a 2 mm. e di qualche diecina di mm. quadrati di superficie. A causa del grado di sfaldabilità secondo (001) avevo dapprima creduto che i tronchi positivi fossero formati dalla sovrapposizione di tante lamelle di sfaldatura. I prismi di scorrimento si formano adunque secondo piani piuttosto di scorrimento che di sfaldatura prismatica, posti a 45° da quelli di sfaldabilità quasi perfetta in zona con essi.

A luce polarizzata parallela ed a nicols incrociati i prismetti, secondo l'asse delle z, si comportano sotto ogni aspetto come la lamina che li contiene; spesso ai contorni delle figure chiuse si notano delle areole chiare, dal grigio ferro al giallognolo, sfumate, divise in quattro parti da una croce nera fissa (fig. 3).

La doppia rifrazione è forse dovuta a tensioni interne provocate dallo scorrimento. A luce convergente la croce nera cogli anelli colorati non cambia durante la rotazione nella zona non percossa; essa invece si deforma talvolta debolmente sulle figure chiuse accennando a due iperboli in certe direzioni.

Nell'osservare al microscopio le figure di percussione mi occorse spesso di vedere sul pinacoide delle figure di corrosione naturale; esse sono in generale a contorno quadrato secondo (100), meno comunemente secondo (110); le basi delle figure solide di percussione hanno quindi i lati o paralleli a quelli delle figure di corrosione o inclinati di 45 gradi.

Figure solide identiche a quelle fin qui descritte si hanno anche per semplice pressione; l'esperimento riesce bene anche su lamelle di sfaldatura.

Si ottengono ancora figure solide positive a contorni nettissimi, con 10 a 20 gradini e prismetti interni usando per l'urto invece che spilli metallici delle asticciole appuntite di osso usate nei lavori all'uncinetto; queste hanno una durezza prossima a quella della fosgenite; le figure negative hanno contorni tondeggianti e sono piuttosto ammaccature. È notevole il fatto che così ottenni belle figure positive in un campione assai torbido, opaco, dello spessore di quasi 8 mm. e con figure chiuse di 0,8 mm. di lato.

La prova coll'asticella dell'uncinetto mi ha portato a constatare che la durezza secondo la direzione dell'asse verticale sulle facce dei prismi (*mno*) è minore che normalmente ad esso e che quella sul pinacoide; poichè la sfaldatura (001) è la più perfetta, il fatto costituirebbe una eccezione a quanto si è finora constatato in generale nelle relazioni tra sfaldature e direzioni di massima durezza.

Dopo qualche tentativo e colla guida, per la direzione, delle figure di percussione prodotte dall'ago ho pure ottenuto solidi di scorrimento allungati, usando per l'urto, invece di punte, delle lamine non troppo taglienti di coltelli da tavola o punte di cacciavite alquanto arrotate; le figure negative non hanno contorni netti, nè ben regolari; le positive sono invece assai nette con rapporti tra i lati di 1/3-1/5. Le figure positive e quindi gli scorrimenti non si ottengono che quando il filo della lama urtante è parallelo ai lati delle figure chiuse prodotte da punte; la orientazione dei lati dei rettangoli allungati è cioè la stessa di quella delle figure chiuse dovute a percussione con punte ed a pressione.

Data la facilità con cui si ottengono le figure chiuse negative ad ogni piccolo urto esse possono servire, meglio delle figure raggiate e di quelle di corrosione, all'orientamento dei cristalli di fosgenite, per i quali il pinacoide è una delle forme più frequenti.

Il fenomeno di scorrimento fin qui descritto fornisce un nuovo esempio di deformazione per traslazione nei cristalli da aggiungere ai pochi che fin'ora si conoscono per opera del Mügge e costituenti un complesso di sì grande interesse a favore della teoria della struttura reticolare dei corpi

cristallini. Tali esempî sono offerti dai seguenti corpi cristallizzati (1): galena-bromuro di bario-cloruro di potassio e di manganese-gesso-vivianite-lorandite-distene. Di questi corpi uno cristallizza nel monometrico, cinque cristallizzano nel monoclino ed uno nel triclino; la fosgenite mentre offre un esempio del dimetrico, dà il fenomeno di traslazione più facile ad ottenersi, non essendo necessario conoscere, sul pinacoide, alcuna direzione speciale per operare. Ho anzi qualche ragione di ritenere che in generale le traslazioni si possano, col metodo da me trovato della percussione con punte, avere assai più rapidamente e con minore sacrificio di materiale che col metodo delle lame taglienti o della pressione usato dal Mügge. Così nella galena lo scorrimento avviene in modo affatto uguale anche per le dimensioni a quello della fosgenite, secondo prismetti (110), per quanto meno chiaramente e con figure solide positive a superficie curve. Su questo e su altri risultati di esperienze in corso mi riservo di riferire in seguito.

Geologia. — *Analogie tra Monte Amiata e Monte Cimino.* Nota di V. Sabatini, presentata dal Corrispondente Giovanni Di-Stefano.

Coloro che avessero già acquistato una sufficiente dimestichezza con la geologia di Monte Cimino sarebbero colpiti, alle prime escursioni sul Monte Amiata dalla stretta parentela che lega le due montagne. L'analogia tra la storia, la costituzione e la petrografia della parte eruttiva dell'una e dell'altra balza viva e rapida alla mente, mentre le differenze che si vanno rivelando ad un più attento esame non sono che d'ordine secondario. Il Santi fu il primo a notare la rassomiglianza tra le rocce dell'Amiata e il peperino del Cimino, ed il Brocchi la confermò nel suo *Catalogo ragionato*. Per me poi, che da molti anni mi occupo della seconda montagna, fu agevole riconoscere che l'analogia con la prima è anche più completa e lascia sospettare che ognuna delle due sia la riproduzione quasi fedele dell'altra, così nell'ordine cronologico dei fenomeni eruttivi come nella natura dei relativi prodotti. In questa prima Nota io insisterò sulle analogie facilmente riconoscibili, accennando solo alle differenze per le quali occorre un numero assai maggiore d'osservazioni.

Nel Monte Cimino ho distinto quattro tipi di rocce, costituenti la quasi totalità della sua massa, e cioè:

Peperino tipico (1).

P. tipico con felspati porfirici (2) associato sempre ai tipi seguenti.

P. delle alture senza felspati porfirici (3).

P. delle alture con felspati porfirici (4).

(1) F. Wallerant, *Cristallographie*, 1909.

Tale nomenclatura è in sostanza quella del Brocchi (loc. cit.). Egli sostituì al nome locale di peperino quello di necrolite, considerando i due come sinonimi.

Inoltre delle lave trachi-oligo-labradoritiche ricoprono le rocce precedenti e si trovano talvolta in inclusi nella prima di esse.

Lo stesso può dirsi dell'Amiata. Ivi si trova del peperino tipico (1) generalmente biancastro o giallo-miele-chiaro, ruvido, granulare, facilmente disgregabile, con abondanza di felspati vetrosi e di miche nere lucenti. Spesso il colore d'insieme giallo-miele della roccia proviene da quello dei felspati, che sono sempre di piccole dimensioni (alcuni millimetri). A Castel del Piano questa roccia è molto estesa e caratteristica. Su vaste estensioni vi appare sfarinata, bianca, rosa, rosso-mattone, giallognola, come sulla via che conduce ad Abbadia S. Salvatore.

Vi è poi sugli altri lati della montagna ed in alto di essa, assai di frequente, una roccia simile alla precedente, ma contenente felspati porfirici (2). Ad un primo esame sembra la stessa giacchè i grandi felspati vi sono inegualmente ripartiti, ora abondanti ora scarsi ora assenti. Quando esistono, un po' pel colore biancastro comune a tutta la roccia, un po' pel loro stato di frequente frantumazione pel quale sono facilmente asportati dalle superficie libere, non è sempre facile ravvisarli, ciò che può far supporre che si tratti della roccia precedente. Quando i grandi blocchi di tale roccia si frantumano si possono avere dei blocchi minori costituiti dalle parti senza grandi felspati, e sono quelli che inducono maggiormente in errore perchè non si sa se riferirli al tipo (1) o al (2). Un terzo tipo di peperino (3) mostra grande alterazione nella massa, in cui le miche nere sono appannate o scomparse. Ed un quarto tipo (4) è simile al precedente, ma contiene in più dei felspati porfirici.

Mentre il tipo (1) è, come si disse, per lo più biancastro o giallo-miele, gli altri tre sono biancastri, giallognoli, rossastri, grigi o nerastri. Il tipo (1) contiene in inclusi gli altri tre; questi sono sempre associati tra loro e, per quanto non di rado il tipo senza felspati porfirici (3) sia incluso in quelli con feldspati porfirici (2 e 4), spesso si vedono dei passaggi dall'uno all'altro che descriverò in seguito. Queste ultime tre forme di peperino sono anch'esse frequentemente alterate e disfatte, e generalmente non si riducono in polvere impalpabile come (1) ma in sabbia più grossolana gialla o giallo-rossastra.

Dalle osservazioni precedenti, supposto che possano generalizzarsi a tutta la montagna, si deduce che all'Amiata:

1) Esistono quattro tipi di peperino simili a quelli del Cimino.

2) I tipi delle alture (2, 3 e 4) sono i più antichi e, per quanto siano forme associate di passaggio, è lecito credere che non siano dovuti ad una sola emissione.

3) Il tipo (1) pare il più recente.

Inoltre al *Piano delle Macinaie* esiste un breve lembo di colata di qualche centinaio di metri, costituito da un accatastamento di grandi blocchi con 10-15 m. di potenza complessiva. È una lava in cui non ho trovato altri inclusi che di aggregati minerali. È grigia, bollosa, con bolle del diametro massimo di 25-30 cm., che in certi punti hanno uguale sviluppo in tutti i sensi ed altrove sono allungate schiacciate disposte in piani paralleli. Il rapporto tra questa lava e le rocce precedenti non è evidente. All'intorno di essa non si vede altro che peperino, che pare p. tipico a valle e p. delle alture a monte. Se la detta lava è addossata ai peperini, derivandone la sua posteriorità ai medesimi, essa sarebbe l'equivalente delle colate oligo-labradoritiche che al Monte Cimino sono anche posteriori ai peperini (fatta eccezione della oligo-labradorite di presso le fornaci di Bagnaia, che è compresa tra' medesimi). È quanto sembra a me e quanto parve anche al Verri (1). Inoltre il peperino tipico dell'Amiata contiene, come al Cimino, inclusi di oligoclasite che rappresentano eruzioni anteriori d'origine ignota.

Entriamo ora in maggiori particolari.

Tra' quattro tipi di peperino anche all'Amiata esistono tutti i passaggi, onde spesso, come al Cimino, la distinzione è assai difficile. L'esistenza dei felspati porfirici è una grande risorsa pratica per la distinzione delle forme la di cui massa è simile a quella del peperino tipico (1). Questo fu considerato come periferico, mentre gli altri tipi (2, 3 e 4) si ritennero come costituenti la massa centrale. La distinzione non è precisa, ma ciò dipende dalla poca precisione di alcuni osservatori che non separarono le forme (1) e (2), ingannati dalla somiglianza delle loro masse, o non avendo notato che la seconda, anzi che alla prima, si trova associata alle (3) e (4). La denominazione quindi di peperino periferico e p. centrale o delle alture non può essere accettata che a titolo di convenzione, perchè nel fatto quasi tutta la parte eruttiva dell'Amiata appare costituita dal secondo, mentre il primo trovasi principalmente sul settore che dai dintorni di Castel del Piano va alle Macinaie (1400 m. circa s. m.), oltre che in qualche piccolo lembo a S^{a}. Fiora e altrove, come m'apparve ad un primo esame. E questa è una differenza col Cimino, in cui il tipo (1) è predominante su (2, 3 e 4) ed è effettivamente periferico. Ove però si consideri il solo Monte Cimino p. d. e le vicine alture, i tipi (2, 3 e 4) appariscono del pari predominanti. Ma, siccome probabilmente il peperino tipico dell'Amiata sarà stato in gran parte eroso nei suoi dintorni, se ne spiegherebbe la deficienza, e quella che oggi pare una differenza coll'altra regione potrebbe invece essere un'analogia.

(1) Boll. Com. geol., 1889, p. 409.

Una delle forme notevoli del peperino dell'Amiata è quella che dirò *zonata* o *fettucciata*. Nel Cimino si ha qualche accenno nel peperino grigio delle alture, che talvolta si vena di rosso e tali vene si possono estendere ad arrossare tutta la massa. In un *bàsolo* di peperino all'Amiata vidi una stratificazione regolarissima con strati biancastri e rossastri da 2 a 20 mm. di spessore. Accidentalità simili trovai *in sito* a S^{a}. Fiora, ma esse prendono grande sviluppo ad Abbadia. Zone nerastre di (3) vi sono intercalate tra zone giallo-chiare e grigio-chiare di (2). E si spiega come qualche geologo, che non badò ai grandi felspati delle parti chiare, le confuse col peperino periferico e ammise che quello delle alture vi formasse lenti intercalate. Tra Abbadia e Pian Castagnaio un grande blocco mostra peperino fettucciato nella parte inferiore e nel resto un apparente aggregato di piccoli elementi della stessa natura, disposti come in un'accurata muratura a strati paralleli con cemento rossastro. L'alterazione quindi ha proceduto in questo caso secondo i piani di separazione de' varii strati e secondo vene perpendicolari. Analogamente si spiega il fatto constatato lungo il sentiero dal Vivo ad Abbadia, dove in un blocco di peperino chiaro delle alture trovai un apparente filone di pezzi di peperino violaceo-scuro di tipo (3) uniti da terra rossastra, quasi si trattasse d'una breccia di frizione.

Sarebbe assai azzardato considerare tali zonature come vera stratificazione per dedurne l'origine frammentaria dei peperini dell'Amiata. Difatti spesso, nella roccia *in sito*, questi accidenti hanno forti inclinazioni che raggiungono la verticalità, e non di rado formano una doppia serie secondo due diverse giaciture. Tale struttura è del resto compatibile così con l'ipotesi delle emissioni laviche come con quella delle proiezioni. La riolite di Basiluzzo da me descritta [1] è un esempio tipico di lava con pseudostratificazione e costituita da strati di diversa composizione mineralogica. È però indiscutibile, e lascia perplessi, la tendenza di queste rocce a mettere in evidenza una certa stratificazione, come alla *Cascata d'Alto* presso il lanificio d'Arcidosso, dove l'acqua battendo sulle sporgenze della roccia a picco, formata da un peperino intermedio tra il centrale e il periferico, vi ha messo in evidenza nel basso una divisione a banchi e nell'alto una divisione a strati sottili irregolari, quasi una scistosità. E così nel peperino tipico da Castel del Piano alle Macinaie e altrove spesso si vede una divisione tabulare che per lo più non si ritrova all'interno della massa, apparendo solo in superficie sul taglio della roccia con sporgenze e rientranze. Lungo la rotabile da Arcidosso a Bàgnore appare una divisione a banchi di 2^{m}-2^{m},50. Al principio della rotabile da Arcidosso a Castel del Piano il peperino delle alture *è nettamente diviso in strati di 30 cm. separati da strati terrosi*. Ma nemmeno questo fatto è decisivo, perchè data la tendenza della

[1] *Descrizione petrografica delle isole Eolie*. Mem. Carta Geol. d'It., VII.

roccia a dividersi in strati e bianchi, se alcuni di essi si sfarinano mentre gli altri restano coerenti si può giungere all'alternanza d'Arcidosso ed essere ingannati dal fenomeno di disgregazione che simula una vera stratificazione.

Insomma, dopo una prima e troppo rapida corsa, non ho trovato quei fatti caratteristici, studiati nel peperino tipico del Cimino, di strati di pomici pomicine e lapilli diversi intercalati nella roccia compatta, per cui la sua natura detritica risulta evidente. All'Amiata non di rado la roccia appare pomicea o con parti pomicee, che però sono varianti della struttura della massa e non già inclusi nella medesima.

Malgrado le accennate differenze nel modo d'alterazione tra il peperino dell'Amiata e quello del Viterbese, vi è però l'analogia dei soliti modi di disfacimento, che sono generali del resto in tutte le rocce, specialmente se costituite da elementi diversi non troppo minuti, siano cementati per fusione o per infiltrazione o per semplice compressione.

Dagli sfarinamenti già accennati, e che sono assai più estesi che non al Cimino, fino alla formazione di pseudo-inclusi e all'isolamento di blocchi duri con o senza terra interposta si ritrovano tutte le note forme d'alterazione da me studiate al Cimino medesimo. Un principio di tale processo si ha quando nella massa chiara più alterata si determinano lenti ed arabeschi a punte affinate incompatibili con l'ipotesi di veri inclusi, come sulla rotabile tra Arcidosso e Termine. Nei pressi del lanificio d'Arcidosso si vedono dei blocchi abbastanza duri di peperino grigio con diametro di 1-2 m. in mezzo ad una terra rossastra in cui si è trasformata la massa interposta. Sulla rotabile tra S^{a}. Fiora e Bàgnore si vede un fitto conglomerato a grandi elementi di peperino separati da poca terra giallo-rossastra. E finalmente quando si trovano sul suolo blocchi enormi fino a 10-15 cm. di lunghezza, come un po' dovunque sul Monte Amiata, si deve concludere che la terra interposta è stata portata via e *quei blocchi sono rimasti in sito* quali *testimoni* dell'antica massa continua in gran parte scomparsa, se lo scalzamento posteriore della terra sottostante non li ha più o meno rimossi.

Ma oltre all'alterazione per distruzione della coesione (*disfacimento*) vi è quella per modificazione chimica (*caolinizzazione*). Le acque che portano via i silicati alcalini, lasciando quello d'albumina cominciano col venare la massa in tutte le direzioni, dapprima infiltrandola di depositi ferruginosi. Dipoi queste venature, allargandosi fino a 10-15 cm., si trasformano in argilla o caolino. Una tale trasformazione al Cimino s'osserva talvolta, ma solo presso la base del peperino, come alla Fornace Falcioni di Viterbo. All'Amiata lo notai specialmente ad Abbadia (presso la miniera). Al principio della rotabile di Grosseto, diramante dalla Arcidosso-Bàgnore, si vedono, nel peperino molto alterato con grandi felspati, straterelli e nuclei di argilla, dovuti appunto alla caolinizzazione più o meno avanzata dei felspati grandi e piccoli, e non lungi da tal sito havvi una fornace che adopera

questo peperino, producendo dei laterizii in cui i minerali meno alterati della roccia impiegata si riconoscono ancora dopo la cottura.

Tutto ciò che nel peperino dell'Amiata appare in lenti ed in nuclei è: o un prodotto d'isolamento delle parti più resistenti della roccia; ovvero una variazione della grana e della coesione e quindi del grado d'alterazione della roccia stessa, ed in questo secondo caso le forme associate appartengono, come si disse, ai tipi (2, 3 e 4).

Quanto al rapporto tra peperino centrale e p. periferico ho trovato nel letto del Fosso Nobile tra Castel del Piano e Arcidosso un (3) nerastro con felspati bianchi analogo alla roccia *demi-deuil* dei francesi, ricoperto dal tipo (1). Un tipo nerastro simile al (3) ma con felspati porfirici e quindi effettivamente un (4) trovasi presso Castel del Piano in blocchi inclusi in un conglomerato di (1) dovuto forse a rimaneggiamento superficiale di quest'ultimo. Nel fosso passante accanto al villaggio del Vivo, in uno scavo per la posa del primo tratto della condottura di Siena, vidi in basso il peperino delle alture con massa molto alterata e con miche quasi scomparse. Al disopra di esso poggia un peperino fettucciato di tipo intermedio, ricoperto alla sua volta da un conglomerato di pezzi di peperino tipico e di peperino fettucciato.

Il peperino periferico è ricco d'inclusi (*anime di sasso*), quello delle alture generalmente ne contiene pochi. In entrambi come al Cimino sono frequenti gl'inclusi di aggregati minerali grigi o nerastri unifomi microgranulari. Nella prima roccia sono pure inclusi di lave oligoclasitiche.

Una delle differenze tra le due montagne consiste nel loro basamento. Il Cimino poggia in massima parte sull'argilla pliocenica, l'Amiata sui calcari a straterelli dell'eocene, mentre nessuno dei due mostra fenomeni di contatto. Ne deriva che gl'inclusi di marne, frequenti nel peperino viterbese, mancano in quello amiatino. All'opposto, mentre il primo, come ho detto, ha poca tendenza alla caolinizzazione e ne ha una discreta alla disgregazione, l'altro si disgrega assai più facilmente ed appare spesso caolinizzato nella massa col processo già descritto.

L'eocene sale fino a circa 600^{m} a Castel del Piano e a circa 1100^{m} dal lato orientale della montagna. L'edifizio costruitovi dall'azione vulcanica, ad disopra dell'eocene, dovette avere un'altezza non inferiore agli 800^{m}.

Da quanto precede risulta evidente come l'ipotesi che tutte le rocce eruttive dell'Amiata siano dovute ad una sola emissione e che la roccia centrale vi formi lenti nella periferica, non è affatto sostenibile, e fu certamente dovuta a troppo rapide osservazioni. La paternità di tale ipotesi risale a Williams (1), il quale fu ingannato dall'uniformità che l'Amiata mostra a chi l'osservi troppo in fretta e dalla concordanza delle analisi da lui stesso

(1) N. Jahrb. f. Min. Geol. u. Petr., Stuttgart, 1887.

eseguite, che per la silice dettero una variazione del 2 % (da 63,15 a 65,69). Ma le analisi di Lagorio e di Ricciardi portarono tale variazione al 7 % (da 59,73 a 67,30) e questo doveva bastare per non riferire tutte le rocce eruttive dell'Amiata ad un unico magma. Il De Stefani (1), il von Rath (2) e il Verri (3) si mostrarono assai più avveduti venendo ad opposte conclusioni o almeno dubitando dell'apparente uniformità di quelle rocce.

Chimica. — *Sul lattato di berillio* (4). Nota II di G. Calcagni, presentata dal Socio E. Paternò.

I risultati sperimentali sono raccolti nelle due seguenti tabelle e rappresentati graficamente nei due diagrammi (figg. 1 e 2).

Tabella I.

Conducibilità specifiche, acido lattico+ossido di berillio T = 25°.

Numero d'ordine	Molecole di BeO per 1 molec. di acido	$v=1$	2	4	8	16	32	64	128
1	0	2,770	1,947	1,356	0,9393	0,6437	0,4435	0,2977	0,1595
2	0,03255	1,965	1,426	1,032	0,7528	0,5512	0,3773	0,2635	0,1563
3	0,1311	2,434	1,557	0,9861	0,6368	0,4230	0,2926	0,2100	0,1400
4	0,2529	3,350	2,135	1,322	0,7993	0,4807	0,2966	0,1894	0,1112
5	0,3723	3,834	2,500	1,576	0,9610	0,5744	0,3445	0,1934	0,1131
6	0,4291	4,012	2,651	1,682	1,038	0,5719	0,3606	0,2014	0,1146
7	0,4773	4,073	2,686	1,713	1,049	0,6263	0,3639	0,2076	0,1143
8	0,5103	4,150	2,755	1,754	1,084	0,6515	0,3819	0,2158	0,1189
9	0,5954	4,150	2,753	1,761	1,099	0,6549	0,3808	0,2164	0,1182
10	0,7355	4,153	2,772	1,777	1,098	0,6638	0,3889	0,2199	0,1196
11	0,8515	4,158	2,797	1,810	1,131	0,6808	0,4013	0,2282	0,1256
12	0,9798	4,221	2,865	1,868	1,117	0,7196	0,4234	0,2415	0,1340
13	1,188	3,937	2,695	1,753	1,111	0,6815	0,4068	0,2367	0,1308
14	1,446	3,355	2,324	1,539	0,9909	0,6205	0,3762	0,2212	0,1264
15	1,714	2,760	1,905	1,285	0,8483	0,5434	0,3396	0,2140	0,1212

Tabella II.

Numero d'ordine	Molecole di BeO per 1 molec. di acido	Abbassamenti	Numero d'ordine	Molecole di BeO per 1 molec. di acido	Abbassamenti	Numero d'ordine	Molecole di BeO per 1 molec. di acido	Abbassamenti
1	0	0,43°	6	0,4291	0,46° ?	11	0,8515	0,37°
2	0,03255	0,44	7	0,4773	0,43	12	0,9798	0,38
3	0,1311	0,445	8	0,5103	0,43	13	1,188	0,33
4	0,2529	0,44	9	0,5954	0,41	14	1,446	0,29
5	0,3723	0,43	10	0,7355	0,37	15	1,714	0,24

(1) Atti Soc. Tosc. Sc. nat., 1878-79.

(2) In Williams, loç. cit.

(3) Loc. cit.

(4) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica generale della R. Università di Roma.

Le soluzioni furono preparate secondo le norme date da Miolati (1). Ad un certo numero di cm^3 di soluzione di acido lattico di noto titolo si aggiunse una data quantità di carbonato di berillio, di cui era stato precedentemente determinato il contenuto in BeO; si lasciò poi bollire a b. m. lun-

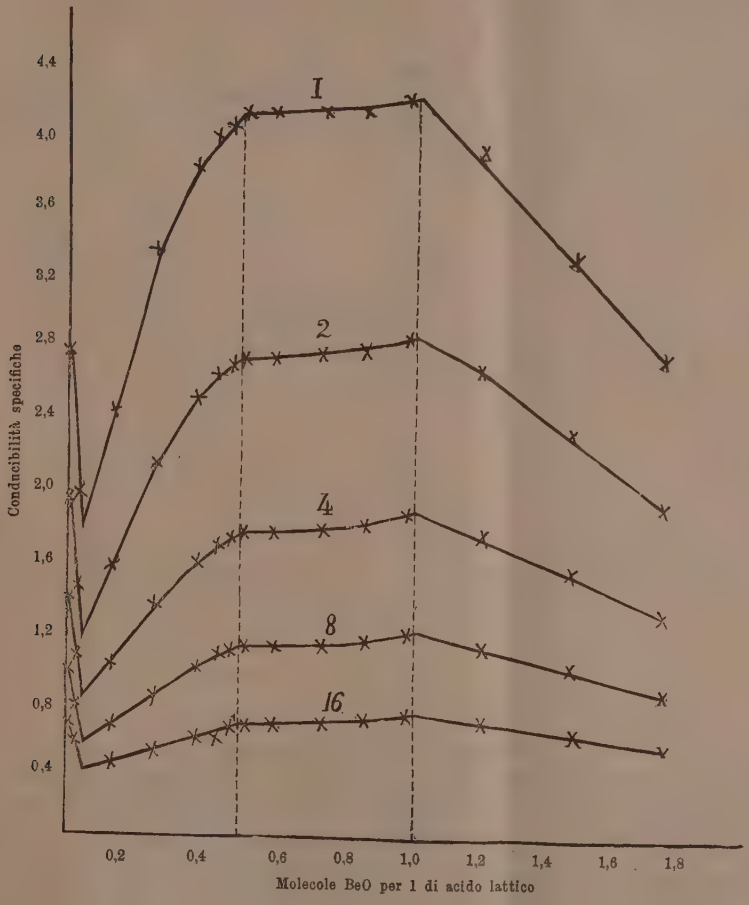


Fig. 1.

gamente per scacciare tutta l'anidride corbonica sviluppantesi nella soluzione del carbonato, indi si portò, dopo raffreddamento, a 100 cm^3. Delle soluzioni preparate con queste norme e in modo che nel congelamento si separasse solo ghiaccio e non sale, si determinava il punto di congelamento con un termometro Baudin diviso a $^1/_{50}$ di grado; la quantità congelata fu sempre di 20 cm^3. Per ogni soluzione si facevano tre determinazioni succes-

(1) Gazz. Chim. Ital., *31*, I, 93 (1901).

sive. dopo aver preso di confronto il punto di congelamento dell'acqua bidistillata.

Di ogni soluzione veniva poi misurata la conducibilità per otto diluizioni successive (nella tabella I, $v = 1$ si riferisce alla soluzione di partenza); la ragione di queste diluizioni si vedrà in seguito. Le misure furono fatte a 25°; le conducibilità sono le specifiche moltiplicate per 10^{-3}. Nelle rappresentazioni grafiche dei due diagrammi si sono prese come ascisse le concentrazioni in molecole di BeO per una molecola di acido; però nella fig. 1 le ordinate rappresentano le conducibilità specifiche, nella fig. 2 gli abbassamenti osservati del punto di congelamento.

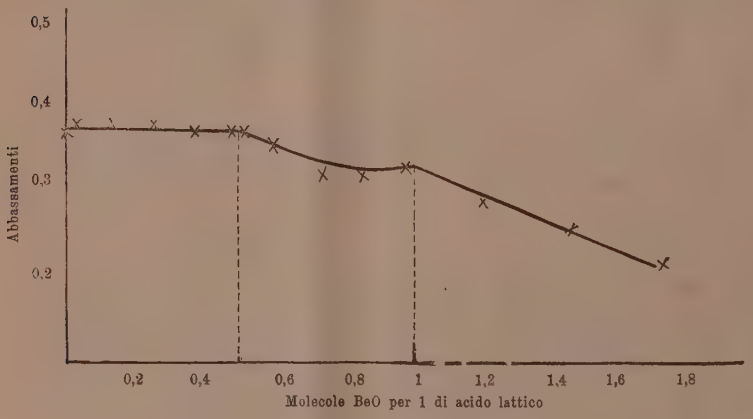


Fig. 2.

Dalle tabelle e dai diagrammi risulta quanto segue:

La curva di conducibilità passa prima per un minimo poi cresce piuttosto rapidamente col crescere del contenuto in BeO, però alla concentrazione di una molecola di acido e mezza di BeO la curva fa un gomito; da questo punto la conducibilità aumenta di poco per forti aumenti di BeO e ciò fino alla concentrazione di una molecola di BeO per una di acido. Questo punto è un massimo, poichè in seguito la conducibilità si abbassa notevolmente col crescere della concentrazione di BeO. Questo fenomeno è molto evidente nelle prime curve; a mano a mano che cresce la diluizione, esso risalta meno, ma esiste sempre anche per le curve non descritte.

La curva di conducibilità si comporta durante la neutralizzazione fino ad una molecola di acido per una di base, come quella di un acido monobasico neutralizzato con una base debole. Ma oltre questa concentrazione essa cade; ciò potrebbe attribuirsi a due ragioni: o aumenta l'attrito interno, o il solvente subisce una modificazione tale che diminuisce la conducibilità.

Credo che qui non si possa parlare di aumento di attrito o di piccola mobilità dovuta alla natura complessa degli ioni, poichè il punto massimo dovrebbe spostarsi con la diluizione. Ma se costantemente a tutte le diluizioni esso corrisponde alla stessa concentrazione, si deve concludere che il BeO, il quale passa in soluzione dopo la concentrazione corrispondente al primo gomito, che indica la formazione di un sale $\left(Be^{\cdot\cdot} \begin{matrix} CH_3 . CH(OH) . COO \\ CH_3 . CH(OH) . COO \end{matrix} > Be\right)$, si combini con questo per dar luogo ad un altro sale, forse meno dissociato, il cui più semplice rapporto è espresso da una molecola di acido : una molecola di base.

Quindi l'acido lattico si comporterebbe verso una base come un acido bibasico, il quale avrebbe un H, il carbossilico, fortemente dissociato e l'altro, l'ossidrilico, molto debolmente dissociato.

Perfettamente corrispondenti alle determinazioni di conducibilità sono quelle crioscopiche. Aggiungendo quantità crescenti di BeO all'acido, il punto di congelamento resta quasi identico, tranne l'oscillazione di qualche centesimo di grado, fino a che non si è raggiunta la concentrazione del sale normale. A questo punto la curva fa un gomito, poichè, aumentando il contenuto in BeO, per la formazione di un sale meno dissociato, debbono diminuire gli aggruppamenti che determinano l'abbassamento del punto di congelamento e perciò questo si innalza. Quando si è raggiunto il rapporto una molecola di acido : una molecola di base, la curva fa un altro gomito, poichè aumentando successivamente BeO, questo passa in soluzione modificando la natura del solvente, perciò diminuisce notevolmente l'effetto osmotico.

Concludendo, l'acido lattico oltre il sale normale, la cui esistenza finora si era supposta, è capace di formare col berillio un altro sale, il cui rapporto più semplice è espresso da $\frac{1 \text{ mol. acido}}{1 \text{ mol. base}}$. L'ossido di berillio, oltre questa concentrazione passa in soluzione, come è stato dimostrato per i solfati e gli ossalati da Parsons, senza formare altri complessi, modificando solamente la natura del solvente, il che produce abbassamento della conducibilità e innalzamento del punto di congelamento.

Sull'ipotesi già esposta sopra la funzione e la forza dell'OH avrò occasione di ritornare e di trarre forse conclusioni più precise, essendo in corso altre esperienze sullo stesso argomento.

Chimica. — *Sul monosolfuro di Silicio* (1). Nota I di Livio Cambi, presentata dal Socio R. Nasini.

Le ricerche finora ripetutamente intraprese sui solfuri di silicio non ricevettero quella estensione che l'importanza loro meriterebbe. Oltre ai varî solfuri misti del silicio tetravalente non è noto con certezza che il bisolfuro, SiS_2; e il comportamento del bisolfuro stesso non venne ancora completamente studiato. Ma la maggiore incertezza regnava sul monosolfuro: esso fu intravveduto ogniqualvolta si tentò di preparare i solfuri solforando il silicio elementare, ma non fu mai stabilita con sicurezza la sua esistenza.

P. Sabatier (2) facendo agire l'idrogeno solforato sul silicio cristallino al rosso vivo, notava la formazione di una sostanza nera ed una giallastra, molto abbondanti, insieme agli aghi bianchi sericei del bisolfuro. Egli suppose, anche per la presenza di alcuni cristallini di silicio nella sostanza sublimata, che i corpi colorati fossero una miscela di solfuro e di silicio amorfo; ammettendo che a temperatura elevata si formasse un sottosolfuro che si sarebbe scisso in silicio e bisolfuro a temperature inferiori, per la sua instabilità.

Colson (3) studiando l'azione del solfuro di carbonio sul silicio al calor bianco ottenne soltanto un corpo giallo polveroso, ed un corpo giallastro scuro. La sostanza gialla all'analisi risultava essere monosolfuro, SiS, e svolgeva idrogeno trattandola con gli alcali, attestando lo stato di riduzione del silicio in essa combinato. Il corpo giallastro scuro non possedeva questa proprietà e secondo Colson sarebbe stato l'ossisolfuro, SiOS.

Sabatier (4) ritornando su quanto aveva già comunicato notava che anche egli, come Colson, aveva osservata una sostanza gialla, che si formava insieme a quella nerastra e che si deponeva nelle parti più fredde della canna di porcellana in cui aveva operato. Per il corpo nero, avente composizione variabile, egli manteneva l'ipotesi già accennata; per quello giallo dai risultati delle analisi deduceva la formola Si_3S_4. Un tale sottosolfuro sarebbe sfuggito alla decomposizione perchè raffreddatosi bruscamente; ed anche il calore svolto nell'idrolisi si accordava con la sua natura di solfuro inferiore.

Recentemente il bisolfuro di silicio venne studiato molto più ampiamente da W. Hempel e v. Haasy (5). Questi autori combinarono il solfo

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Elettrochimica del R. Istituto tecnico superiore in Milano.

(2) Sabatier, Compt. Ren. 90, pag. 819 (1880).

(3) Colson, Compt. Rend. 94, pag. 1526 (1884); Bull. (2), 38, pag. 56.

(4) Sabatier, Bull. (2), 38, pag. 153 (1882).

(5) W. Hempel u. von Haasy, Zeit. für anorg. Chem. 23, pag. 39.

con il silicio amorfo attivo da essi ottenuto, e notarono che insieme al bisolfuro si formava una sostanza gialla aranciata, forse monosolfuro, di cui però non si occuparono.

Dall'insieme di questi dati l'esistenza del monosolfuro appariva alquanto dubbia: se si poteva riconoscere la tendenza del silicio a produrre solfuri inferiori, non era possibile stabilire se fosse veramente un composto unico anche quella sostanza gialla che si distingueva più facilmente per i suoi caratteri fisici. Anche H. Grossmann nel trattato dell'Abegg riconosce tali incertezze (1).

Indirizzandomi allo studio dei solfuri di silicio ho tentato di usare un materiale che l'industria moderna produce in grande quantità, ricorrendo al ferro-silicio; e di semplificare i varî metodi di preparazione ricorrendo all'energia elettrica come mezzo di riscaldamento. Ho sperimentato dapprima con ferro-silicio al 90 % di silicio, che mescolato con polvere di solfo nelle proporzioni 1:2, in tutto gr. 150, venne posto in un crogiuolo di Hess alto cm. 17, e nella miscela vennero immersi due elettrodi di carbone cilindrici del diametro di mm. 21, terminati in punta a cono allungato, lontani circa 2 mm. Ai carboni ho fatto poi giungere una corrente di circa 80 Amp.. La corrente passando determina una reazione molta violenta; dopo la reazione il riscaldamento opportunamente moderato venne proseguito per eliminare tutto il solfo rimasto incombinato. Interrotto infine il riscaldamento, lasciai raffreddare in corrente di anidr. carbonica che perveniva attraverso un tappo forato di amianto, di cui era munito il crogiuolo.

Ottenni così una massa grigia spugnosa, che gettata nell'acqua si decompone svolgendo abbondantemente idrogeno solforato.

Per estrarre i solfuri di silicio formatisi, il prodotto grezzo venne sottoposto a sublimazione in una canna di porcellana posta a riscaldare in un fornello elettrico, cilindrico, a resistenza metallica. La canna chiusa ad un estremo veniva posta in comunicazione con l'altro, munito di un tubo a cloruro di calcio, con una pompa ad acqua. La temperatura in queste prime sublimazioni saliva a 1100-1200°, la pressione veniva mantenuta a mm. 20-30. A sublimazione compiuta, dopo che tutto si era raffreddato, ho spezzato la canna, ho osservato così che oltre il tappo di amianto posto a limitare la sostanza grezza era sublimato un corpo bruno nero che rivestiva in massa compatta le pareti del tubo, e oltre la sostanza nera nelle parti più esterne, più fredde, una sostanza gialla polverosa che per un certo tratto rivestiva l'altra. Il residuo non sublimabile era costituito di solfuro di ferro e da ferro-silicio sfuggito alla reazione.

Soltanto in alcuni casi ed in piccola quantità ho notata la formazione di bisolfuro, ma nettamente distinto dalla massa bruna. Il solfuro nerastro, molto abbondante, è amorfo, possiede una frattura concoide speculare, in

(1) H. Grossmann. Abegg, Hand. der Anorg. Chem. II, 2, pag. 353.

scaglie sottili è trasparente e di un colore rossastro-cupo: è una vera forma vetrosa. Nelle parti più interne il solfuro nero, pure essendo rivestito verso la superficie interna di uno strato vetroso e pure essendo dello stesso colore, ha una frattura opaca.

La sostanza vetrosa venne analizzata. L'analisi I si riferisce al composto scisso con soluzione di potassa al 30 %, in cui si discioglie completamente con svolgimento di idrogeno. Venne dosato l'idrog. solforato formatosi decomponendo la soluzione con ac. cloridrico in corrente di idrogeno e facendolo assorbire dalla soluzione di acqua ossigenata ammoniacale. Ho dosata poi la silice formatasi contemporaneamente. L'analisi II si riferisce al prodotto decomposto con acqua, con lieve riscaldamento, l'ac. solfidrico venne dosato nel modo anzidetto.

I. Gr. 0,3322 di sostanza fornirono gr. 1,2860 di $BaSO_4$ e gr. 0,3346 di SiO_2.

II. Gr. 0,3060 di sostanza fornirono gr. 1,1722 di $BaSO_4$.

In cento parti:

	Trovato		Calcolato per Si S
	I	II	
S	53,15	52,59	53,03
Si	47,36	—	46,97
			100,00

Il solfuro nero amorfo venne sottoposto a nuove sublimazioni. Le analisi che seguono si riferiscono a prodotti che avevano subìto, compresa la prima, tre sublimazioni successive. La I si riferisce al solfuro vetroso, la II a quello opaco: la scissione venne compiuta con potassa.

I Gr. 0,6082 di sostanza fornirono gr. 2,3694 di $BaSO_4$ e gr. 0,6126 di SiO_2.

II. Gr. 0,6382 di sostanza fornirono gr. 2,4676 di $BaSO_4$ e gr. 0,6342 di SiO_2.

In cento parti:

	Trovato		Calcolato per Si S
	I	II	
S	53,49	53,08	53,03
Si	47,35	46,71	46,97

Ho dosato anche l'idrogeno che si svolge nella reazione con gli alcali, ponendo un pezzo di solfuro in una campanella su mercurio e facendovi poi pervenire a contatto una soluzione di potassa al 30 %.

Gr. 0,1722 di sostanza fornirono ccm. 47 di H_2 a 21° e mm. 743.

Per cento parti:

	Trovato	Calcolato per Si S
H	3,14	3,33

La reazione con gli alcali è rappresentata dall'equazione complessiva

$$SiS + 2KOH = SiO_2 + K_2S + H_2.$$

Del solfuro nero vetroso ho determinato il peso specifico, in benzolo, che risultò, con riduzione a pesate nel vuoto $D_{4^\circ}^{15^\circ} = 1,853$.

Per stabilire più esattamente le condizioni di esistenza del composto descritto l'ho sottoposto, come dissi, a nuove sublimazioni, in queste ho determinato la temperatura alla quale la sublimazione si rendeva evidente, per mezzo di un termoelemento Le-Châtelier, che venne posto con la sua guaina di quarzo a contatto del solfuro messo a sublimare. Sempre alla pressione di mm. 20-30, fino a 900° non si ha una sublimazione apprezzabile, al disopra fra 940-980° la sublimazione si manifesta evidente. Tanto la forma vetrosa come la opaca si comportano egualmente; a tale temperatura si ha una volatilizzazione completa e non rimane che un tenue residuo di silice dovuto certamente ad ossidazione. Il sublimato consta sempre di una parte gialla nei luoghi più freddi, congiunta con una zona aranciata alla sostanza nera che si trova nelle parti più interne.

Intrapresi anche lo studio del solfuro giallo, che si forma costantemente sublimando quello nerastro, e che con tutta probabilità doveva possedere la stessa composizione, dato anche che sublimandolo riottenni da esso la forma nera. Il solfuro giallo che, come notò già Colson, somiglia nell'aspetto all'ossido mercurico precipitato, è ancor più instabile dell'altro: all'aria assorbe rapidamente l'umidità, svolge idrog. solforato e assume color bianco.

Le analisi eseguite col metodo precedente si riferiscono a prodotto ottenuto in tre sublimazioni diverse e sempre da quello nero.

I. Gr. 0,4616 di sostanza fornirono gr. 1,7630 di $BaSO_4$.
II. » 0,3152 » » » 0,3148 di SiO_2.
III. » 0,4148 » » » 1,5930 di $BaSO_4$ e gr. 0,4152 di SiO_2.

In cento parti:

	Trovato			Calcolato per Si S
	I	II	III	
S	52,44	—	52,73	53,03
Si	—	46,95	47,06	46,97

Anche questo solfuro si discioglie negli alcali con svolgimento di idrogeno. Esso non mostra struttura cristallina al microscopio.

Prodotti d'idrolisi del monosolfuro.

Sabatier aveva osservato che scindendo con l'acqua il solfuro nero da lui ottenuto si produceva, insieme a silice solubile, un corpo bruno che si

scioglieva negli alcali e nell'ammoniaca con svolgimento di idrogeno; ed in accordo con la sua ipotesi egli ammise che fosse silicio amorfo.

Il solfuro nero da me ottenuto trattato con l'acqua si decompone svolgendo completamente idrogeno solforato, e si produce della silice solubile ed un corpo molto suddiviso, insolubile, di colore aranciato scuro che ricorda quello dell'ocra.

Per preparare questo corpo, l'idrolisi venne compiuta con acqua prima bollita, in atmosfera di idrogeno e raffreddando a 0°. Separato poi per filtrazione e lavato abbondantemente con acqua e infine con alcool assoluto, fu posto a seccare su acido solforico, a peso costante.

Questo prodotto di idrolisi lasciato a contatto dell'acqua svolge lentamente idrogeno, e si trasforma in silice; la reazione è più rapida a caldo. Con la soluzione di ammoniaca e con quelle degli alcali caustici, a freddo, svolge rapidamente l'idrogeno trasformandosi in silice. Si discioglie, lentamente a freddo, nella soluzione di ac. fluoridrico con svolgimento di idrogeno. È insensibile agli altri acidi. Il composto secco, possiede le stesse proprietà di quello idrato, riscaldato su lamina di platino brucia formando silice: esso si mostra omogeneo amorfo al microscopio.

Per sottoporlo all'analisi, dopo seccato nel vuoto, venne tenuto in stufa a 120° a peso costante; si ebbero però delle diminuzioni molto piccole di peso. Il silicio venne dosato trasformandolo in silice con potassa al 30 %, e l'idrogeno per combustione con ossido di rame. Le analisi I e II si riferiscono ad un prodotto ottenuto in una scissione; la III ad un'altra scissione.

I. Gr. 0,1914 di sostanza fornirono gr. 0,3250 di SiO_2.
II. » 0,1782 » » » 0,0232 di H_2O.
III. » 0,1066 » » » 0,1826 di SiO_2.

In cento parti:

	I	II	III
Si	79,84	—	80,54
H	—	1,44	—

Ho determinato anche l'idrogeno che si svolge nella decomposizione con gli alcali della sostanza delle analisi I e II.

Gr. 0,0436 di sostanza fornirono ccm. 52 di H_2 a 24° e mm. 731.

Per cento:

H 9,48.

Per quanto i dati fra le due scissioni siano alquanto concordanti, non può stabilirsi con sicurezza alcuna formula, perchè non si può escludere che nella sostanza vi sian contenute delle piccole quantità di silice. Venne tentato di separare la silice che in essa vi fosse contenuta sottoponendola a

lavaggio con ac. fluoridrico a freddo; ottenni così in due operazioni diverse un corpo simile al precedente e che aveva la composizione seguente:

I. Gr. 0,2190 di sostanza fornirono gr. 0,4014 di SiO_2.
II. » 0,0656 » » » 0,1234 di SiO_2.

In cento:

	I	II
Si	86,18	88,45

L'acido fluoridrico, come dissi, finisce per disciogliere tutto il prodotto; non si può quindi escludere una decomposizione di esso nel lavaggio.

Sulla natura del composto che ho descritto non si può perciò decidere in maniera assoluta; ma è notevole il fatto che esso non perde l'idrogeno nemmeno dopo un lungo riscaldamento a 120°, come ho verificato in prove diverse; e che non elimina completamente l'ossigeno per lavaggio con acido fluoridrico. Queste proprietà, congiunte con la sua attività a reagire, come con l'acqua e con la soluzione di ammoniaca, lo ravvicinano a quegli idruri ossigenati del silicio che Wöhler (1) ha descritti per primo, al gruppo dei siliconi. Si differenzia da questi per un contenuto superiore di silicio (2).

Volendo anche esaminare l'ipotesi che nella mia sostanza vi sia contenuto insieme ad un silicoossidruro del silicio amorfo, si dovrebbe ammettere una varietà di silicio amorfo molto attiva. Per quanto allo stato attuale delle nostre conoscenze non si possa escludere l'esistenza di diverse varietà di silicio amorfo, noi con sicurezza non conosciamo che quella che ha ottenuto e descritto Vigouroux (3), che chimicamente è molto meno attiva del mio composto non reagendo con l'acqua e con l'ammoniaca che a temperatura elevata, e che è diversa per i caratteri fisici. Una forma molto attiva di silicio sarebbe il silicio amorfo α di Berzelius (4), che possiede caratteri analoghi di attività al mio composto. Ma il silicio amorfo di Berzelius era un corpo molto impuro e secondo le ricerche di Vigouroux è dubbio che esso fosse una varietà di silicio.

Giova però notare che anche la considerazione del silicio amorfo α conduce all'ipotesi dei silicoossidruri, in quantochè in esso vi era contenuto idrogeno come idruro (5), e con tutta probabilità vi era contenuto un silicone: Berzelius l'ottenne decomponendo un prodotto che facilmente conteneva siliciuro di potassio (6), e i siliconi si ottennero decomponendo i siliciuri di calcio, magnesio, ferro.

(1) Wöhler, Liebig's Annalen, 127, pag. 257.
(2) A. Kolb, Zeit. für Anorg. Chem., 64, pag. 353.
(3) Vigouroux, Annalen (7), 12, pag. 153.
(4) Berzelius, Liebig's Annalen, 49, pag. 251.
(5) Berzelius, Pogg. Annalen, 1, pag. 212.
(6) Berzelius, Pogg. Annalen, 1, pag. 169.

Il monosolfuro giallo che ho pure descritto subisce l'idrolisi eliminando il solfo come idrogeno solforato. Esso si comporta però diversamente dalla forma nera, non produce silice solubile nè il composto che ho ora descritto; genera invece una sostanza bianca insolubile, che con gli alcali svolge energicamente idrogeno. Questo composto si ravvicina per i suoi caratteri ai silicoossiidruri più semplici come l'anidride silicoformica e gli acidi silicoossalici.

Questo diverso comportamento porterebbe ad ammettere che le due forme si dovrebbero considerare diversamente costituite. Sto compiendo lo studio di questi prodotti di idrolisi.

Da quanto ho esposto risulta stabilita l'esistenza del monosolfuro di silicio, Si S, in due forme diverse: una nera compatta che può assumere un aspetto vetroso, ed una polverulenta gialla; e che queste due forme si generano per sublimazione di una delle due di esse, sublimazione che si rende manifesta alla pressione di 20-30 mm. a temperatura di 940-980°. Inoltre anche dai fenomeni di idrolisi risulta che la forma nera compatta si deve considerare come un vero e proprio composto e non come una miscela di silicio amorfo e bisolfuro.

Infine noterò che non si può escludere l'ipotesi di Sabatier, che i sottosolfuri di silicio siano instabili a bassa temperatura. Occorrerà estendere le ricerche ed anche riprendere lo studio del bisolfuro per precisarne le proprietà ed i rapporti col monosolfuro.

Esprimo vivi ringraziamenti al prof. Carrara, nel cui laboratorio ho eseguito queste ricerche, e che mi fu largo di illuminati consigli.

Chimica. — *Azione della luce sull'aldeide benzoica in presenza di iodio* [1]. Nota di L. Mascarelli, presentata dal Socio G. Ciamician.

Brevemente accenno qui ai risultati avuti nello studio della parte oleosa semisolida, che rimane nel palloncino a distillazione frazionata dopo che è stato distillato il benzoato di benzile [2]. Quest'olio gommoso giallo proveniente da uno dei tubi, di cui già si parlò in una Nota precedente, mostrava col tempo lieve tendenza a depositare cristallini; perciò lo si riprese dapprima con gasolina, che sciolse la parte più scorrevole, e il residuo, che conteneva ancora un po' di acido benzoico, fu lavato in soluzione eterea con carbonato sodico: l'etere lasciò una sostanza gommosa, che col lungo riposo

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica generale della R. Università di Bologna.

(2) Vedi le Note precedenti: Rend. R. Accad. dei Lincei, *1910*, I, 383; id., *1910*, I, 562, di cui questa è un seguito.

andò separando esili cristalli. Isolati questi su piastra porosa e ricristallizzati opportunamente erano bianchi e fondevano a 157° (gr. 0,5 circa).

L'analisi elementare ed il contegno chimico di questa sostanza mostrarono che si trattava di isobenzile. Infatti:

gr. 0,1302 di sostanza diedero gr. 0,3809 di anidride carbonica e gr. 0,0565 di acqua.

In cento parti:

	Calcolato per $C_{28}H_{20}O_4$	Trovato
C	79,99	79,79
H	4,77	4,86

Il prodotto, bollito con idrato di potassio in soluzione alcoolica, diede origine ad acido benzoico e a benzoino: quest'ultimo, ricristallizzato da alcool acquoso, fondeva a 135° e riduceva il liquore di Fehling.

Come è noto, questi prodotti della saponificazione con potassa alcoolica sono appunto quelli che, assieme ad altri criterî, servirono a Klinger e Standke (1) per stabilire la struttura dell'isobenzile.

Per spiegare il modo di formazione nelle condizioni nostre non bisogna dimenticare, che già Klinger e Schmitz (2) facendo agire sodio metallico su una soluzione di cloruro di benzoile e benzaldeide in etere secco ottennero, sebbene in piccola quantità, l'isobenzile. L'originarsi di isobenzile in tali condizioni venne dagli autori interpretato come dovuto alla formazione intermedia di un prodotto d'addizione tra aldeide benzoica e cloruro di benzoile, prodotto che poi eliminerebbe acido cloridrico per dare l'isobenzile secondo lo schema:

$$2\,C_6H_5CHO + 2\,ClCOC_6H_5 \longrightarrow 2\,C_6H_5{-}\overset{\displaystyle H}{\underset{\displaystyle Cl}{\overset{|}{\underset{|}{C}}}}{-}O\,COC_6H_5 \xrightarrow{-2HCl}$$

$$\longrightarrow \begin{matrix} C_6H_5{-}C{-}O\,COC_6H_5 \\ \| \\ C_6H_5{-}C{-}O\,COC_6H_5 \end{matrix}$$

(isobenzile)

Nel caso nostro può servire la stessa interpretazione avendo a che fare con aldeide benzoica e ioduro di benzoile, proveniente dall'azione dello iodio sull'aldeide sotto l'influenza della luce (3).

Però, oltre a questa ipotesi, si può avanzarne un'altra. Non è improbabile che l'aldeide benzoica possa formare in un primo tempo il benzoino,

(1) Ber. d. d. Ch. Gesell. *24*, 1264 (1891).
(2) Ber. d. d. Ch. Gesell., *24*, 1276 (1891).
(3) Mascarelli, Rend. R. Accad. Lincei, *19*, I, 386 (1910).

il quale con ogni verosimiglianza esisterà in equilibrio colla sua forma tautomera:

$$\begin{matrix} C_6H_5CHO \\ C_6H_5CHO \end{matrix} \longrightarrow \begin{matrix} C_6H_5CHOH \\ | \\ C_6H_5CO \end{matrix} \rightleftharpoons \begin{matrix} C_6H_5COH \\ \| \\ C_6H_5COH \end{matrix}$$

Questa forma tautomera rappresenterebbe, come è facile scorgere, il glicol che dovrebbe originarsi nella saponificazione dell'isobenzile:

$$\begin{matrix} C_6H_5COCOC_6H_5 \\ | \\ C_6H_5COCOC_6H_5 \end{matrix} + 2H_2O = \begin{matrix} C_6H_5COH \\ \| \\ C_6H_5COH \end{matrix} + 2C_6H_5COOH$$

senonchè, esso è instabile e nella saponificazione subito si trasforma nell'assetto più stabile rappresentato dal benzoino.

Questo glicol, proveniente per tautomeria del benzoino, trovandosi poi in presenza di ioduro di benzoile potrà eterificarsi per dare l'isobenzile secondo lo schema:

$$\begin{matrix} C_6H_5COH \\ \| \\ C_6H_5COH \end{matrix} + 2C_6H_5COJ = 2HJ + \begin{matrix} C_6H_5C.OCOC_6H_5 \\ \| \\ C_6H_5C.OCOC_6H_5 \end{matrix}$$

Per risolvere la questione occorre fare esperienze in proposito: alcune di queste sono già in corso.

Chimica. — *Sulla preparazione e la fototropia di alcuni osazoni* (1). Nota di M. Padoa e L. Santi, presentata dal Socio G. Ciamician.

In correlazione con le ricerche fatte da uno di noi con F. Graziani (2), per determinare quali relazioni esistano fra fototropia e costituzione negli idrazoni, abbiamo voluto esaminare il comportamento degli osazoni. In queste sostanze venne rilevata la fototropia da H. Biltz (3), il quale ottenne una serie di osazoni ossidando dei fenilidrazoni. Noi abbiamo voluto esaminare degli osazoni derivanti da altre idrazine, come le totil- e le naftil-idrazine; abbiamo incontrato delle notevoli difficoltà nella loro preparazione, tuttavia abbiamo potuto ottenere puri 6 composti, alcuni dei quali sono assai interessanti dal punto di vista della fototropia; ma finora, anche riunendo le

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica generale della R. Università di Bologna.

(2) M. Padoa e F. Graziani. Questi Rendiconti, 1909, II, 269, 558; 1910, I, 489.

(3) Zeitschrift für phys. Chemie *30*, 527.

nostre osservazioni a quelle di Biltz, non ci è dato di riconoscere delle relazioni fra la costituzione degli osazoni e la fototropia. Occorrerà probabilmente, per arrivare a qualche conclusione, prendere in esame un maggior numero di composti.

Per ciò che riguarda appunto la costituzione degli osazoni, vogliamo notare che essa è tuttora incerta per alcune forme. Biltz ottenne per ogni osazone due forme α e β, di cui la prima si può trasformare nella seconda; la trasformazione inversa non è possibile. Secondo questo A. si tratterebbe di stereoisomeria.

Così si avrebbero i due composti:

$$\begin{array}{l} R.C{=}C.R \\ R'.NH.N \quad N.NH.R' \end{array} \qquad \begin{array}{l} R.C{-}\!\!-\!\!-\!\!-

Così pure infruttuosi riuscirono i tentativi fatti col metodo di Ingle e Mann [1] che consiste nell'ossidare con soluzione eterea di iodio una miscela dell' idrazone con etilato sodico.

Ottenemmo invece dei risultati favorevoli col metodo di Pickel [2], cioè facendo reagire il dichetone in soluzione alcoolica (benzile, piperile) col cloridrato dell' idrazina, e col metodo di Purgotti [3] che consiste nel fare agire l' idrazina sul dichetone in acido acetico glaciale. Disgraziatamente con questi metodi non si possono ottenere che le forme β.

Prima di passare alla descrizione dei nostri composti, vogliamo far notare che per designarli esattamente occorre adottare una nomenclatura speciale. Infatti vi sono ad esempio più benzil-osazoni, e cioè tutti quelli derivanti dal benzile e dalle varie idrazine. Perciò noi chiameremo *(β)-fenilosazone del benzile* il β-benzil-osazone di Biltz; *(β)-p.tolilosazone del benzile* la forma β dell'osazone che si ottiene facendo agire la p. tolil-idrazina sul benzile, e così via.

Parte sperimentale.

I seguenti composti derivano da due dichetoni, il benzile e il piperile, e da tre idrazine, la o-tolil-, la p-tolil- e la β-naftil-idrazina. Il benzile si trova in commercio; il piperile fu da noi preparato partendo dal piperonalio che viene trasformato in piperoino per trattamento con cianuro potassico in soluzione alcoolica [4]; quest' ultimo ossidato con liquore di Fehling dà il piperile [5]. La p-tolilidrazina fu preparata come indica Bösler [6], l'o-tolilidrazina nello stesso modo, la β-naftilidrazina come indica H. Meyer [7].

1. — (β) *p.tolilosazone del benzile.*

$$C_6H_5 . C{=}N . NH . C_6H_4 . CH_3$$
$$\vert$$
$$C_6H_5 . C{=}N . NH . C_6H_4 . CH_3$$

L'abbiamo ottenuto col metodo di Pickel da 1 gr. di benzile, 2 gr. di cloridrato di p. tolilidrazina, cc. 40 di alcool, facendo bollire per cinque ore. Per raffreddamento si separa un precipitato cristallino costituito per la massima parte da osazone, misto a un po' di monoidrazone che fonde molto più basso; in alcool questo è assai più solubile dell'osazone, e così lo si purifica;

(1) Chem. News, *71*, 279, 7/6; London Chem. Soc., 16/5.
(2) Liebigs Annalen, *232*, 230.
(3) Gazz. Chim. It. 1892, II, 611.
(4) Smith, Liebigs Annalen, *289*, 324.
(5) Biltz, Liebigs Annalen, *308*, 11.
(6) Liebigs Annalen, *212*, 338.
(7) Analyse und Constitutionsermittelung Org. Verbindungen. Berlin, 1909.

in modo analogo abbiamo agito con gli altri osazoni che seguiranno. L'osazone cristallizza dall'alcool in mammelloni gialli che fondono a 152° dopo due cristallizzazioni.

Analisi:

	Calcolato	Trovato
N %	13,40	13,44

È fototropo: in due minuti passa da giallo canarino ad aranciato intenso, e si scolora al buio in 20 minuti; per riscaldamento si scolora a 100°-105°.

2. — (β) *p.tolilosazone del piperile.*

$$CH_2 . O_2 . C_6H_3 . C{=}N . NH . C_6H_4 . CH_3$$
$$\vert$$
$$CH_2 . O_2 . C_6H_3 . C{=}N . NH . C_6H_4 . CH_3$$

Si ottiene come l'altro: da gr. 1 di piperile, gr. 2 di cloridrato di p.tolilidrazina e cc. 50 di alcool. Dopo un'ora, l'osazone comincia a separarsi in aghetti gialli; dopo cinque ore si filtra a caldo e si lava con alcool. Cristallizza da benzolo ed alcool in begli aghetti di color giallo zolfo che fondono a 215°.

Analisi:

	Calcolato	Trovato
N %	11,06	11,37

È fototropo: in un minuto si colora al sole in aranciato, e retrocede in pochi minuti, per cui il punto di scoloramento trovato intorno agli 80° è assai poco attendibile.

3. — (β) *β-naftilosazone del benzile.*

$$C_6H_5 . C{=}N . NH . C_{10}H_7$$
$$\vert$$
$$C_6H_5 . C{=}N . NH . C_{10}H_7$$

Da 1 gr. di benzile, 2 gr. di cloridrato di β-naftilidrazina e cc. 50 di alcool; dopo due ore di ebollizione comincia a separarsi l'osazone in una massa granulare gialla; si filtra a caldo. Cristallizza da benzolo ed alcool in aghetti gialli. Fonde a 211°,5.

Analisi:

	Calcolato	Trovato
N %	11,66	11,68

È fototropo. Per ciò che riguarda la fototropia di questa sostanza abbiamo fatto una osservazione che può avere un significato generale. In una

prima preparazione, l'osazone cristallizzato una sola volta dall'alcool presentava la fototropia in modo spiccatissimo; talchè in un secondo si colorava in rosso vivo e retrocedeva pure assai rapidamente, cosicchè esponendo successivamente al sole le due faccie di una lastrina della sostanza (ottenuta per compressione) si potevano benissimo osservare coloramenti e scoloramenti ripetuti quante volte si voleva.

Ora noi abbiamo ripetuto in seguito più volte la preparazione del medesimo composto, ma non siamo più riusciti ad ottenere una forma così sensibile alla luce; la fototropia si riscontrava ugualmente, ma la colorazione non diveniva più così intensa e richiedeva due o tre minuti primi; lo scoloramento avveniva al disotto di 100°.

Questo fatto si può spiegare ammettendo che nella prima esperienza si trovasse un'impurità capace di catalizzare il fenomeno della fototropia; ma ci sembra più verosimile che nella prima preparazione la sostanza avesse cristallizzato in una forma instabile che non fu più possibile di riprodurre in seguito; ciò sarebbe confermato dall'aspetto cristallino diverso che la sostanza aveva nella prima preparazione, e inoltre dal fatto che una certa quantità del primo prodotto conservata per 15 giorni, perdette la primitiva sensibilità. Se ciò potesse venir confermato da ulteriori esperienze, si arriverebbe alla conclusione che se in una sostanza fototropa si ha polimorfismo, le varie forme cristalline sarebbero diversamente sensibili alla luce.

4. (β) *β.naftilosazone del piperile.*

$$CH_2 . O_2 . C_6H_3 . C{=}N . NH . C_{10}H_7$$
$$\vert$$
$$CH_2 . O_2 . C_6H_3 . C{=}N . NH . C_{10}H_7$$

Si prepara facendo bollire per 5 ore una miscela di gr. 1 di piperile, gr. 2.4 di cloridrato di β.naftilidrazina e cc. 50 di alcool. Si filtrano a caldo i mammelloni d'osazone separatisi, si sciolgono in cloroformio per liberarli dal cloridrato di β-naftilidrazina in eccesso, e dalla soluzione cloroformica per aggiunta di alcool e successiva evaporazione della massima parte del solvente, si separa l'osazone in mammelloni di color giallo chiaro, che fondono a 207°.

Analisi:

	Calcolato	Trovato
N %	9,68	9,52

È fototropo: la sua sensibilità alla luce è altrettanto grande di quella della prima forma del precedente: in uno o due secondi al sole diventa rosso intenso; richiede però una mezz'ora a scolorarsi completamente.

Si scolora per riscaldamento intorno ai 95°.

5. — (β) . *o.tolilosazone del benzile.*

$$C_6H_5 . C{=}N . NH . C_6H_4 . CH_3$$
$$|$$
$$C_6H_5 . C{=}N . NH . C_6H_4 . CH_3$$

Non si può ottenere col metodo adottato pei precedenti; l'abbiamo preparato col metodo di Purgotti.

Una miscela di gr. 1 di benzile, gr. 2,3 di o.tolilidrazina, e cc. 5 di acido acetico glaciale, vengono scaldati a debole ebollizione per un'ora. Poi il liquido si versa nell'acqua e precipita l'osazone impuro. Cristallizzato da benzolo ed alcool si presenta come una polvere cristallina di color giallo canarino. Fonde a 170°.

Analisi:

	Calcolato	Trovato
N %	13,40	13,43

È fototropo: alla luce solare in due o tre minuti diviene aranciato; retrocede in poche ore. Si scolora a 90° circa.

6. — (β) . *o.tolilosazone del piperile.*

$$CH_2 . O_2 . C_6H_3 . C{=}N . NH . C_6H_4 . CH_3$$
$$|$$
$$CH_2 . O_2 . C_6H_3 . C{=}N . NH . C_6H_4 . CH_3$$

Si prepara come l'altro: una miscela di gr. 1 di piperile, gr. 1.7 di o.tolilidrazina e cc. 5 di acido acetico glaciale, viene sottoposta alle operazioni suaccennate. L'osazone cristallizzato da benzolo ed alcool si presenta come una polvere cristallina di color giallo carico, che fonde a 206°,5.

Analisi:

	Calcolato	Trovato
N %	11,06	11,05

È fototropo: alla luce solare va istantaneamente al rosso vivo e retrocede pure con grande rapidità. Si scolora verso i 100°. È questa certamente la più sensibile sostanza fototropa che si conosca.

È notevole il fatto che negli idrazoni in nessun caso si verifica fototropia quando nell'idrazina si ha un idrogeno in posizione *orto* rispetto all'azoto, sostituito da un gruppo grasso o aromatico; mentre che tale regola non si verifica finora negli osazoni.

Abbiamo tentato ancora di preparare in modo analogo dei m.tolil- e degli α.naftil-osazoni, ma senza ottenere risultato favorevole.

Proseguiremo questa ricerca dal medesimo punto di vista, impiegando altre idrazine ed altri dichetoni.

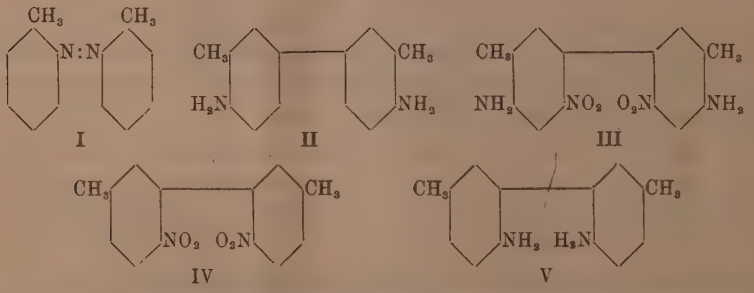
Chimica. — *Dell'idrato di meta-ditolileniodonio e di alcuni suoi sali* (1). Nota di L. Mascarelli e T. Cerasoli, presentata dal Socio G. Ciamician.

Per meglio illustrare la tendenza posseduta dallo iodio a formare anelli eterociclici di cinque termini, legandosi in catena chiusa con quattro atomi di carbonio, vogliamo riportare qui i risultati ottenuti nelle ricerche fatte per preparare un nuovo omologo dimetilico dell'idrato di difenileniodonio (2).

Si sa, per gli studî finora pubblicati da uno di noi (loc. cit.) che quando, mediante la reazione diazoica e successiva scomposizione del prodotto diazoico con ioduro di potassio, si cerchi di sostituire lo iodio a gruppi amminici, che si trovino in posizione orto- e orto'- in un composto della serie del difenile, la sostituzione avviene parzialmente, perchè contemporaneamente si effettua una particolare trasposizione degli atomi di iodio per cui prende origine un anello a cinque termini di cui uno è costituito da iodio trivalente. Questa trasposizione si è avverata finora nel passaggio dall'o-o'-diamminodifenile ad o-o'-diiodiodifenile dando luogo allo ioduro di difenileniodonio: avvenne pure nel passaggio dall'o-o'-diammino-paraditolite all'o-o'-diiodio-paraditolile dando origine allo ioduro di para-ditolileniodonio.

Presentemente noi la potemmo effettuare nella decomposizione del cloruro di o-o'-bisdiazo-metaditolile con ioduro potassico. Qui il rendimento in ioduro di meta-ditolileniodonio è minore, che non per i due casi sopra citati, però la reazione procede nello stesso modo.

La difficoltà maggiore che si incontra sta nella preparazione di quantità sufficiente di o-o'-diammino-metaditolile, poichè oltre al fatto che la via per ottenerlo è alquanto lunga, essa è ancora resa più difficile dalla purificazione di alcuni prodotti intermedî. Seguimmo in tale preparazione il procedimento di Gerber (3) che vogliamo riassumere schematicamente:



(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica generale della R. Università di Bologna.

(2) Mascarelli, Rend. R. Accad. Lincei, *16*, II, 562 (1907); id., *17*, II, 580 (1908); id., *18*, II, 190 (1909).

(3) Zur Kenntniss des Orthotolidins, Dissertation, Basel, 1889.

L'o-azotoluolo (I) ci venne gentilmente fornito dalla « Anilinölfrabrik A. Wülfing di Elberfeld »; per cui qui porgiamo i nostri ringraziamenti. Tale prodotto fu trasformato facilmente in o-tolidina (II) bollendo con soluzione alcoolica di cloruro stannoso, la o-tolidina poi venne purificata passando pel monocloridrato conformemente alle indicazioni di Schiff e Ostrogovich (1): la nitrazione dell'o-tolidina si fece agendo con una miscela di acido nitrico e di acido solforico concentrati sulla soluzione della base in acido solforico concentrato (2). La purificazione dell'o-o'-dinitro-tolidina (III) è piuttosto lunga dovendosi fare l'acetilderivato, che meglio si presta alla cristallizzazione e poi da questo rimettere in libertà la base. L'eliminazione dei due gruppi amminici per passare all'o-o'-dinitroditolile (IV) si fece sospendendo il solfato della base in alcool assoluto e saturando il liquido a 0° con nitrito di etile gassoso; per successivo riscaldamento graduale fin verso 80° si ebbe l'o-o'-dinitroditolile greggio (3). Pel nostro scopo bastò sottoporre a riduzione con acido cloridrico e stagno tale prodotto: dopo aver separato lo stagno mediante l'acido solfidrico, si precipitò la base con ammoniaca. L'ulteriore purificazione dell'o-o'-diamminoditolile (V) si fece sciogliendo il prodotto in acido cloridrico e rimettendo in libertà la base con ammoniaca: ottenemmo così una sostanza, che fondeva a 80-81°. Niementowski (4) che già ebbe a prepararla dà il p. f. 83°.

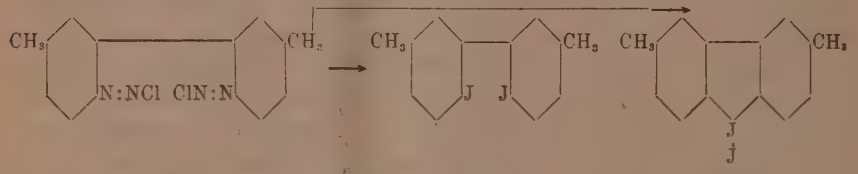
Quello che interessa, prima di procedere oltre, è di sapere, se il prodotto a cui siamo giunti (V) abbia realmente la struttura indicata dallo schema, poichè la posizione dei gruppi amminici è quella che stabilisce anche la posizione dello iodio, che andrà a sostituirli e solamente se essi sono in posizione o-o'- rispetto all'attacco dei due nuclei sarà possibile la formazione dell'anello pentatomico avente quattro atomi di carbonio ed uno di iodio. Basta qui ricordare che già Gerber aveva ammesso che la tolidina fondente a 129° doveva avere la struttura (II), perchè Schultz (5) aveva ottenuto da questa (in seguito ad eliminazione dei gruppi amminici) un ditolile bollente a 280-281°, il quale per ossidazione dei due metili aveva dato l'acido isoftalico, avente i due carbossili in posizione *meta* rispetto al legame difenilico: siccome poi questa tolidina si forma dall'o-idrazotoluolo in seguito a trasposizione benzidinica, così doveva ammettersi che i gruppi amminici fossero entrambi in posizione *orto* rispetto ai metili. Del resto i prodotti ottenuti da Gerber con questa tolidina si possono spiegare solo ammettendo detta struttura: cosa questa che ne costituisce un'altra dimo-

(1) Liebigs Annalen, *278*, 375 (1894).
(2) Gerber, id. id.
(3) Gerber, id. id.
(4) Ber. d. deut. Ch. Ges., *24*, 1033, 2598.
(5) Ber. d. deut. Ch. Ges., *15*, 1539; *17*, 467,

strazione indiretta. Più tardi poi Schultz, Rohde e Vicari (1) dimostrarono che l'o-tolidina ha realmente la struttura ora data.

Nella nitrazione dell'o-tolidina si possono ottenere varî isomeri, ma Gerber (2) ha dimostrato che, operando nelle condizioni sopra cennate, il prodotto fondente a 216° che si ottiene è costituito da un dinitroderivato avente entrambi i nitrogruppi in posizione *orto* rispetto al legame dei due nuclei (III). Segue quindi che il diamminoditolile fondente a 83° deve avere la costituzione (V), poichè le reazioni che su esso si compiono per passare dal prodotto (III) al (V) non sono tali da spostare alcun gruppo nella molecola.

Dall'o-o'-diammino-metaditolile si passa al ioduro di metaditolileniodonio (VIII) trasformando quello nel suo derivato tetrazoico (VI) e scomponendo quest'ultimo con ioduro potassico, secondo lo schema:



VI VII VIII

Osservammo che il rendimento in prodotto (VIII) è assai scarso, anzi non tutte le volte che tentammo tale passaggio ottenemmo tanto ioduro di ditolileniodonio da poterlo isolare.

Nelle migliori condizioni da gr. 10 di o-o'-diamminoditolile ottenemmo circa gr. 0,7 di ioduro greggio.

Dal liquido contenente la soluzione del derivato tetrazoico, che venne poi scomposto con soluzione di ioduro potassico, si separarono dei grumi nerastri di materia pastosa, che per raffreddamento divennero duri e friabili. La polvere proveniente da questi fu dibattuta a lungo con anidride solforosa poi fu estratta con etere per sciogliere l'o-o'-diiodioditolile (VII) formatosi, indi venne estratta ancora con etere acetico per liberarla da quelle piccole quantità di dimetilcarbazolo, che eventualmente si fossero formate. Dopo ciò la polvere bruna rimanente fu dibattuta con ossido d'argento umido: si ebbe così una soluzione a reazione alcalina decisa, la quale dava tutte le reazioni delle basi iodoniche. Da questa soluzione si poterono facilmente ottenere allo stato di precipitato i sali alogenati.

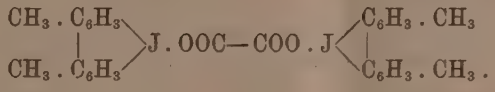
Il cloruro è bianco voluminoso: bollito in sospensione acquosa si trasforma in una polvere microcristallina, che alla luce diventa bruna. Il bromuro mostra gli stessi caratteri: appena precipitato è bianco, ma tosto si

(1) Liebigs Annalen, *352*, 111 (1907).

(2) Zur Kenntnis des Orthotolidins, Dissertation, Basel 1889

aggruma in polvere lievemente gialla. Il ioduro è gialliccio ed è fra i sali alogenati il meno solubile in acqua. Per la poca solubilità di questi sali in acqua e specie per la poca differenza di solubilità a caldo e a freddo non ci fu possibile di purificarli per cristallizzazione.

Si presta alla purificazione l'ossalato, perchè esso è poco solubile a freddo in acqua, mentre si scioglie facilmente alla ebollizione. Per raffreddamento si separa in esili cristalli aciculari bianchi, che col tempo ingialliscono. Esso fonde a 228°; l'analisi diede i numeri corrispondenti alla formula:



La scarsità di prodotto a nostra disposizione ci impedì di studiarne oltre le proprietà. Noi crediamo che l'analogia del modo di formazione con quello del ioduro di difenileniodonio e del ioduro di paraditolileniodonio siano sufficienti a far ritenere la polvere ottenuta in questa reazione come lo ioduro di meta-ditolileniodonio, al quale quindi spetta la struttura (VIII) e che è capace a contatto con ossido di argento umido di mettere in libertà l'idrato, il quale come tutte le basi iodoniche ha forte reazione alcalina ed è stabile solo in soluzione acquosa.

Notiamo ancora che le proprietà fisiche dei sali dell'idrato di metaditolileniodonio stanno in buon accordo con quelle dei sali di difenileniodonio, come lo indica lo specchio seguente:

		cloruro	bromuro	ioduro	ossalato
difenileniodonio	p. f.	253-57°	245-50°	210-11°	191-92°
meta-ditolileniodonio		290°	281°	246°	228°

Per ultimo ricordiamo che l'etere, che servì ad estrarre il prodotto della iodurazione, lasciò dopo evaporazione una sostanza bruna solida alquanto difficile a purificarsi. I tentativi fatti ci condussero solo ad una polvere cristallina fondente a circa 175°. Essa non possedeva ancora i caratteri di purezza sufficienti per essere analizzata. Non è improbabile si tratti di o-o′-diiodioparaditolile.

Chimica vegetale. — *Sul metabolismo delle muffe* (1). *Ricerche sull'Aspergillus fumigatus*. Nota I di C. Ravenna e G. Pighini, presentata dal Socio G. Ciamician.

Nell'intraprendere una serie di ricerche sul ricambio delle muffe, che sembrano avere speciale importanza nella patogenesi della pellagra, è nostro precipuo intendimento l'isolare e l'identificare quei principî tossici che già da alcuni ricercatori vennero rintracciati in colture pure di alcuni di tali ifomiceti, e la cui natura chimica rimane tuttora ignorata.

È noto da tempo che gli infusi di mais guasto esercitano spiccato potere tossico negli animali ai quali vengono somministrati per via orale o sottocutanea, ed è merito di Lombroso l'aver messo in rapporto tale tossicità coll'infezione subìta dal mais per opera di speciali muffe e l'aver cercato di isolare dal terreno di coltura le sostanze venefiche.

Sulle traccie di Lombroso l'attenzione dei ricercatori venne più specialmente rivolta verso il *Penicillium glaucum* che è l'ospite più comune del mais avariato. Dalle colture di questo ifomiceta, Gosio (2) isolò un tossico che ritenne un fenolo e Di Pietro (3) estrasse una sostanza amorfa di natura glucosidica, costituita, oltre che da zucchero, da un corpo a reazione fenolica.

La funzione fenolica degli estratti tossici, ritenuta da Gosio come loro carattere differenziale e specifico, non pare però abbia quella importanza che da prima le si era voluta riconoscere. Ceni e Besta (4), infatti, nelle loro ricerche su due varietà di *Penicillium glaucum*, non poterono riscontrare nessun rapporto fra reazione fenolica e tossicità degli estratti.

Oltre che dai penicilli, vennero estratti dei tossici attivissimi, anche dalle colture sporificanti di alcune specie di *Aspergillus*, ed anch'essi messi in rapporto coll'intossicazione maidica. Ceni e Besta (5), dagli aspergilli *fumigatus* e *flavescens*, estrassero una sostanza amorfa, tossica, che alcune volte dava, altre no, una reazione colorata col cloruro ferrico.

Noi abbiamo prescelto, per questa prima serie di ricerche, l'*Aspergillus fumigatus*. Isolato dall'ambiente, coltivato sulla patata in provette di Roux, veniva seminato in capsule di Tyndall su circa 150 cc. di liquido di Raulin

(1) Lavoro eseguito nel Laboratorio di Chimica agraria della R. Università di Bologna e nell'Istituto psichiatrico di Reggio Emilia.

(2) Rivista di igiene e sanità pubblica, 1902.

(3) Annali di igiene sperimentale, 1902.

(4) Rivista sperimentale di freniatria, 1903.

(5) Rivista sperimentale di freniatria, 1902.

e tenuto in termostato a 37° per 5-6 giorni. Dopo questo periodo, la patina è abbondantemente sporulata e pronta per l'estrazione. Seminavamo 20 capsule per volta, e toltele dalla stufa, ne saggiavamo la tossicità inoculando l'estratto alcoolico di mezza patina, emulsionato in acqua, nel peritoneo di una cavia. Sopra 20 seminagioni fatte successivamente dall'aprile 1909 al maggio di quest'anno, una sol volta la coltura non si è dimostrata tossica: in tutte le altre abbiamo ottenuto la morte delle cavie sperimentate non più tardi di 10 minuti dopo l'iniezione, con fenomeni di collasso. preceduti, in generale, da brevi accessi tetaniformi. Ciò contraddice alla affermazione del Ceni, variare la tonicità dell'aspergillo a seconda delle stagioni dell'anno.

Il primo tentativo, per l'estrazione della sostanza tossica, si eseguì sopra 40 patine. Queste, separate dal liquido di coltura, vennero tagliuzzate ed estratte ripetutamente a ricadere con alcool bollente. La soluzione alcoolica ottenuta lasciò separare, dopo raffreddamento e riposo, una sostanza di aspetto amorfo che, separata dal liquido, venne nuovamente ripresa con alcool bollente, dove soltanto una parte ne passò in soluzione. Per raffreddamento si ebbe una sostanza cristallina che purificata dall'alcool, si presentò in forma di bei cristalli prismatici, incolori, fondenti intorno ai 300°. Il corpo in parola era pressochè insolubile nell'acqua, nell'alcool freddo e nell'etere e poco solubile nell'alcool bollente; non dava colorazione col cloruro ferrico. Per la piccola quantità di esso, non si potè farne l'analisi; furono, perciò, soltanto eseguite alcune prove per sperimentarne la tossicità.

Gr. 0,024 della sostanza vennero sciolti in 10 cc. di alcool caldo e si aggiunse alla soluzione altrettanta acqua. L'emulsione ottenuta, divisa in due parti uguali, venne iniettata nel peritoneo a due cavie, che morirono dopo circa un minuto di shock. Due cavie di controllo, iniettate con uguale miscela di alcool ed acqua, morirono dopo 24 ore, con sintomi di collasso.

Un'altra esperienza si eseguì nel seguente modo: gr. 0,005 di sostanza vennero introdotti in un tubettino di vetro imbutiforme, sfilato ad un'estremità, del diametro massimo di 4 mm. e della lunghezza di circa 15 mm. Sterilizzato il tutto, venne innestato nel peritoneo di una cavia, osservando tutte le cautele dell'antisepsi.

Dopo 15 ore, la cavia comincia a manifestare tremori diffusi a tutti gli arti, specialmente ai posteriori; la reattività muscolare è esagerata, il respiro accelerato, il cuore tumultuante. I fenomeni vanno via via aggravandosi, alternati con spasmi tetaniformi; segue quindi il collasso e la morte, 20 ore dopo l'innesto.

Aperta la cavità peritoneale, non si osserva nessun essudato, tanto alle pareti, che sulle anse intestinali, che hanno aspetto normale. Si ritrae l'imbutino di vetro fra queste. Entro la sua apertura è invaginata una porzione di mesentere assai congesta, che giunge sin quasi in contatto della massa cristallizzata e ne è separata da un sottile strato di liquido essudato gial-

lognolo e limpido. Evidentemente, quel liquido e quel tratto di mesentere chemotatticamente invaginatosi entro il tubetto, hanno servito da solvente e da veicolo per la diffusione nel circolo della sostanza sperimentata. Gli altri visceri non presentano nulla di notevole, eccettuati il cervello ed il midollo assai congesti.

Il tubetto, contenente ancora discreta quantità di cristalli, venne lavato con acqua, essicato e pesato. Contenendo esso ancora gr. 0,003 di sostanza, fu sterilizzato alla stufa e iniettato nel peritoneo di una nuova cavia. Dopo 14 ore, insorgono fenomeni identici a quelli presentati dalla cavia precedente, con aggiunta di trisma. Al mattino vien trovata morta. All'autopsia si riscontra: pareti intestinali leggermente congeste; nessun liquido essudato nella cavità; anse intestinali normali. Tra queste si rinviene il tubetto entro cui, come nel primo caso, è introflessa una porzione del mesentere ed abbondante liquido citrino, limpido, immergente i cristalli. Visceri toracici congesti; assai congesti la corteccia cerebrale, il bulbo, il midollo.

Il tubetto, contenente ancora pochissimi cristalli, venne lavato con soluzione di acido fenico al 2 % ed innestato in una terza cavia. Questa presenta, 7 ore dopo l'innesto, fenomeni simili ai precedenti, che dopo 20 ore si vanno attenuando, persistendo solo il trisma provocato da stimoli tattili. Il dì seguente, ogni sintomo è scomparso. Dopo tre giorni, l'animale viene sacrificato. Nel tubetto è, anche questa volta, invaginata una faldella di mesentere nuotante nel liquido essudato che riempie la piccola cavità. Non si rinviene più traccia della sostanza cristallizzata. Gli altri visceri sono normali.

Parallelamente alle prove ora descritte, fu sempre, per controllo, innestato a una o due cavie, un tubetto vuoto uguale a quello che conteneva i cristalli. I soggetti di controllo non presentarono mai sintomi notevoli.

Risulta evidente, da queste esperienze, che la sostanza iniettata e innestata nelle cavie, è dotata di un elevato potere tossico, essendone stati sufficienti 5 mg. a uccidere due cavie ed a provocare gravi fenomeni morbosi in una terza cavia, che ha potuto sopravvivere. I fenomeni prodotti si riferiscono ad un'azione tossica tetanizzante e convulsivante.

Incoraggiati da questi risultati, abbiamo eseguito l'estratto alcoolico di altre 150 patine di *Aspergillus fumigatus*. Procedendo col metodo precedentemente descritto abbiamo ottenuto, per successivi trattamenti con alcool caldo, non più la sostanza ritrovata nella prima esperienza, ma dei cristalli a forma di aghi sottili che riempivano tutto il solvente. Fondevano a 166-167°. L'analisi diede i numeri richiesti dalla formula $C_6H_{14}O_6$.

Gr. 0,1256 di sostanza diedero gr. 0,1830 di CO_2 e gr. 0,0864 di H_2O.

In cento parti:

	Calcolato	Trovato
C	39,54	39,74
H	7,74	7,69

La sostanza in parola è mannite che fonde, secondo gli autori, a 166° (1) e cristallizza in modo identico alla sostanza da noi estratta la quale, mescolata con mannite pura, conserva invariato il punto di fusione.

Un'ultima esperienza si fece sopra 200 patine di aspergillo. Questa volta non si rintracciò nè la sostanza tossica, nè la mannite. L'estratto alcoolico, infatti, convenientemente concentrato, lasciò separare dei grossi cristalli prismatici nella quantità di circa 6 grammi. La sostanza, disciolta a caldo in alcool ordinario, dove è poco solubile, si separa sciropposa, ma in breve tempo assume aspetto cristallino. I cristalli fondono a 98°; nel vuoto perdono acqua di cristallizzazione, mentre il punto di fusione si innalza; esso però è, per la sostanza deacquificata, variabile a seconda delle condizioni di riscaldamento. L'analisi dimostrò che il corpo in parola, ha la composizione di un bisaccaride.

Gr. 0,1828 di sostanza diedero gr. 0,2830 di CO_2 e gr. 0,1104 di H_2O.

In cento parti:

Calcolato per $C_{12}H_{22}O_{11}$		Trovato
C	42,10	42,22
H	6,43	6,76

La sostanza non riduce il liquido di Fehling, non si combina colla fenilidrazina, è otticamente attiva (destrogira). Fu determinato il potere rotatorio specifico.

Gr. 0,2960 di sostanza sciolti in 10 cc. di acqua, diedero, per lo spessore di 10 centimetri, un angolo di rotazione $\alpha_D = 5°,81$. Il potere rotatorio specifico trovato è quindi $[\alpha]_D = + 196°,3$.

I cristalli estratti questa volta dalla nostra coltura di aspergillo sono dunque costituiti da *trealosio* di cui gli autori dànno (per la sostanza idratata) il punto di fusione intorno ai 100° (2) ed il potere rotatorio specifico (per la sostanza anidra) $[\alpha]_D = 197°$ circa (3).

Noi abbiamo isolato dunque, seguendo sempre lo stesso procedimento, da tre estratti di aspergillo, rispettivamente tre corpi differenti e cioè: una sostanza tossica, non identificata, la mannite ed il trealosio. La presenza non simultanea di queste due ultime sostanze negli estratti di *Aspergillus fumigatus*, apparisce come una nuova prova del nesso genetico tra mannite e trealosio, stabilito da Bourquelot per altri funghi (4).

(1) Beilstein, 3ª edizione, vol. I, pag. 284.

(2) Beilstein, 3ª edizione, vol. I, pag. 1070.

(3) Lippmann, *Die Chemie der Zuckerarten*, 3ª ediz., vol. II, pag. 1430 (1904).

(4) Vedasi: Czapek, *Biochemie der Pflanzen*, vol. I, pag. 230 e sgg. (1905); Lippmann, op. cit., vol. II, pag. 1428.

Cercheremo, nelle ulteriori ricerche, di poter nuovamente raggiungere le condizioni della nostra prima esperienza nella quale siamo riusciti ad isolare, probabilmente allo stato di purezza, ma non ad identificare, per la troppo piccola quantità, una sostanza tossica.

Meteorologia. — *Sul comportamento del mese di giugno nell'andamento annuale della temperatura in Italia.* Nota di Filippo Eredia, presentata dal Socio E. Millosevich.

Questa Nota sarà pubblicata in uno dei prossimi fascicoli.

E. M.